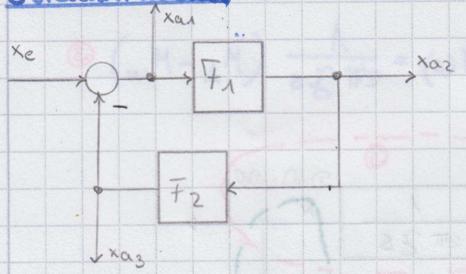
24.10.12

Kreisstruktur

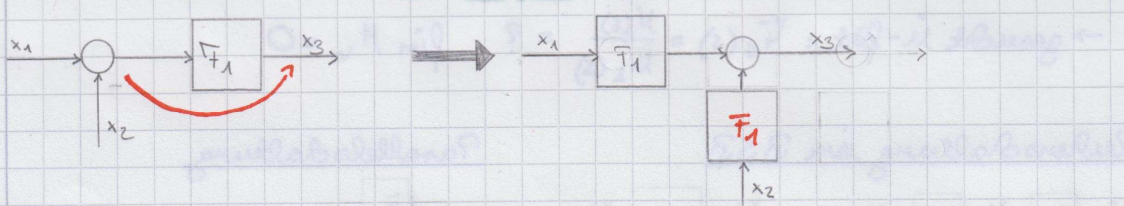


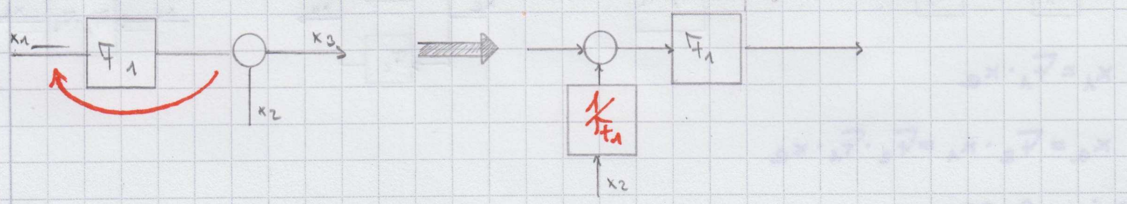
$$\frac{x_{a1}}{x_e} = \frac{1}{1+F_1F_2}$$

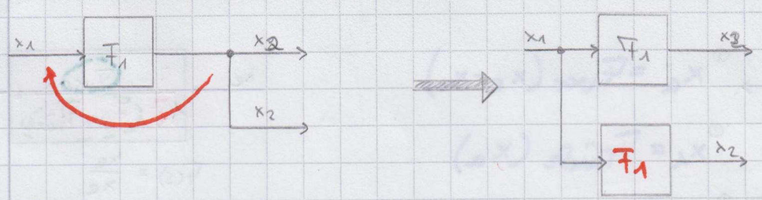
$$\frac{x_{a2}}{x_e} = \frac{F_1}{1+F_1F_2}$$

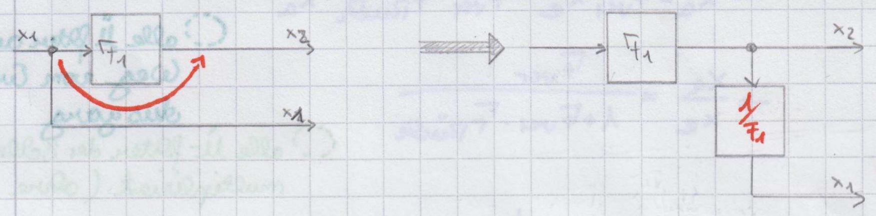
$$\frac{x_{a3}}{x_e} = \frac{F_1F_2}{1+F_1F_2}$$

Verlegen von Summations- und Verzweigungsstellen ... so dass der Ausgang sich nicht ändert





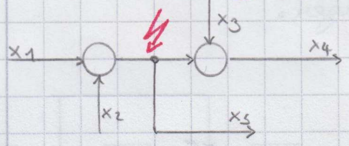




Vorgehen zur BSB-Vereinfachung

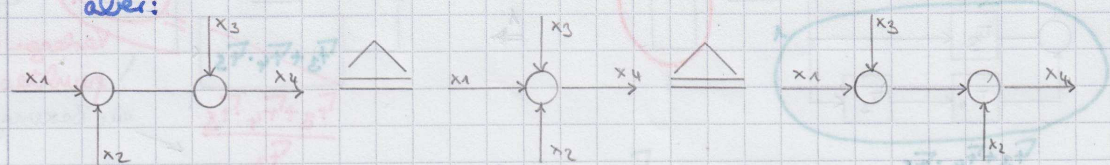
1.) Benachbarte Summations- oder Verzweigungsstellen suchen

2.) So verlegen, dass diese zusammen kommen



NICHT Summationsstellen zusammenlegen, wenn Verzweigung dazwischenliegt.

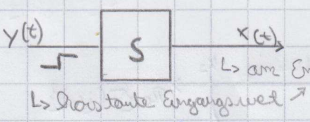
aber:

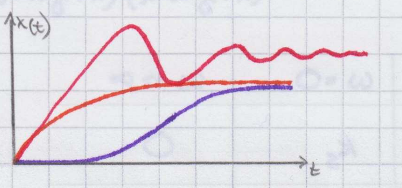


3. Regelstrecken

Einteilung nach ihrem dynamischen Verhalten:

• proportionale Strecken (Sprungantwort):





• integrale Strecken

• spezielle Strecken: - Strecken mit Nullstellen,

- Totzeitstrecken

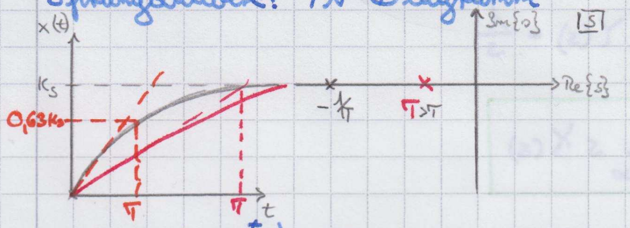
Proportionale Strecken mit Verzögerung 1. Ordnung

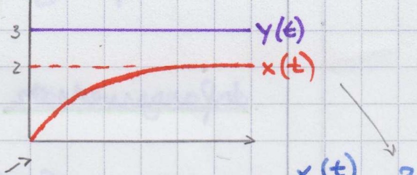
Bsp.: RC-Glied → PT_1 - System (Proportional, Zeit, 1. Ordnung)

Dgl.: $T\,\dot{x}(t) + x(t) = K_s\, Y(t)$ (s = Strecke von K; Ausgangsgröße, Eingangsgröße)

Üfkt.: $G_s(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{K_s}{1+Ts}$

Sprungantwort: PN-Diagramm





$x(t) = K_s\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right), t \geq 0$ • K_s stationäre Verstärkung der Strecke $K_s = \lim_{t\to\infty} \frac{x(t)}{Y(t)} = \frac{2}{3}$

• T Zeitkonstante - 63% des Endwertes sind erreicht

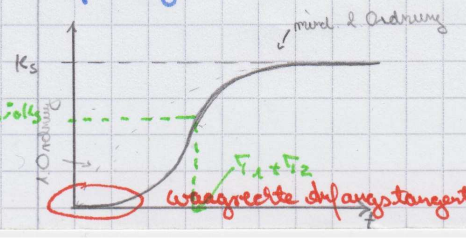
- Schnittpunkt der Tangente an den Anfangspunkt mit dem Endwert

• Je näher der Pol $s_\infty = -\frac{1}{T}$ am Ursprung liegt, desto größer ist die Zeitkonstante T und desto langsamer ist das Zeitverhalten

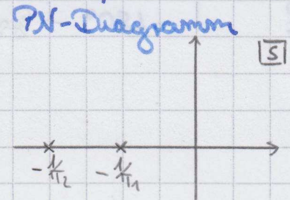
• Reihenschaltung von zwei PT_1-Systemen (nicht schwingungsfähiges PT_2-System)

$G(s) = \frac{K_s}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$

Sprungantwort



PN-Diagramm

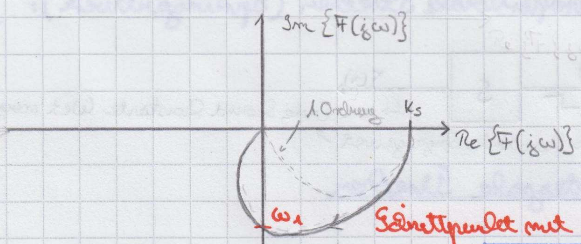


→ Je größer der $\overbrace{\text{Differenzgrad}}^{=\text{ Nennergrad} - \text{Zählergrad}}$ umso platter die Sprungantwort

Ortskurve $s = j\omega$

$$\to F(j\omega) = \frac{K_S}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} \overset{\omega\to\infty}{\approx} \frac{K_S}{j\omega T_1 \, j\omega T_2} = \overset{-180°}{-}\frac{K_S}{\omega^2 T_1 T_2}$$

	$\omega = 0$	$\omega \to \infty$
$\lvert F\rvert$	K_S	0
$\sphericalangle F$	$0°$	$-180°$



Schnittpunkt mit imaginär-Achse bei PT_2

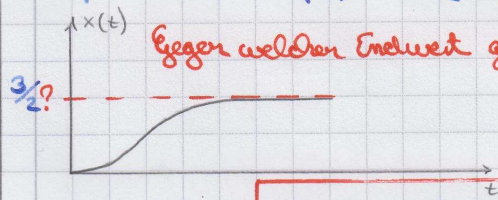
$\omega_1 \to Re\{F(j\omega)\} = 0 \quad \to F(j\omega) = \frac{K_S}{\underbrace{1-\omega^2 T_1 T_2}_{=0} + j\omega(T_1+T_2)} \quad \to \boxed{\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}}$

$$F(j\omega_1) = \frac{K_S \sqrt{T_1 T_2}}{j(T_1+T_2)}$$

Einschub: Grenzwertsätze der Laplace-Transformation

Bsp.: $F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{9}{(s+2)(s+3)}$

Gegen welchen Endwert geht die Einheits-Sprungantwort? $\curvearrowright F(s=0) = \frac{9}{2\cdot 3} = \frac{3}{2}$ (0 einsetzen)



hier (Anwendung) am Beispiel Sprungantwort

Endwertsatz $\boxed{\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} s\,X(s)} = \lim_{s\to 0} s\,F(s)\cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s\,F(s)\,\frac{1}{s} = F(s=0)$

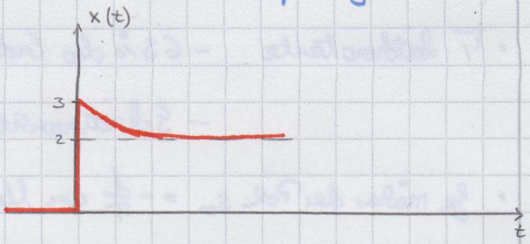
Einheitssprung $y(t) = \sigma(t) \curvearrowright Y(s) = \frac{1}{s}$

Anfangswertsatz $\boxed{\lim_{t\to 0+} x(t) = \lim_{s\to\infty} s\,X(s)}$

Bsp.: $F(s) = \frac{6s+2}{2s+1}$ => Gesucht: Skizze der Einheits-Sprungantwort

Anfangswert: $\lim_{t\to 0+} x(t) = \lim_{s\to\infty} F(s) = 3$

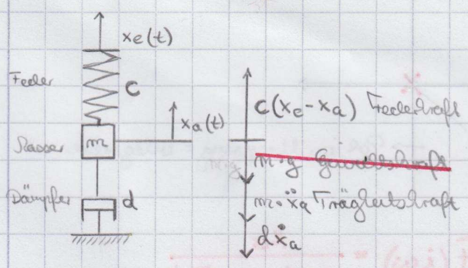
Endwert: $\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} F(s) = 2$



- **Schwingungsfähiges PT_2-System** → Bsp. Feder mit Gewicht

	$\omega \ll \omega_0$	$\omega = \omega_0$	$\omega \gg \omega_0$
$\lvert F\rvert$	1	$\gg 1$ z.B. 100	$\to 0$
$\sphericalangle F$	$0°$	?	$-180°$ → Gegenphasig

Herleitung der Dgl.:



$$m\cdot\ddot{x}_a + d\dot{x}_a = c(x_e - x_a)$$

$$m\ddot{x}_a(t) + d\dot{x}_a(t) + c\,x_a(t) = c\cdot x_e(t)$$

↳ Dgl. des Feder-Masse-Schwingers

-> wird über Federverspannung ausgelöscht

@ Home Ü 1.1/5   Ü 5.1.1

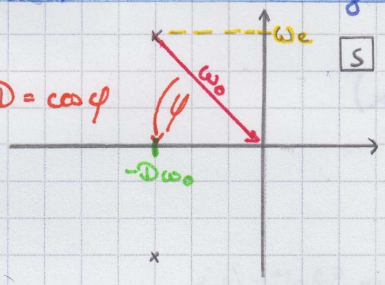
31.10.2012 **allgemeine Dgl.:** $$\boxed{\ddot{x}_a + 2D\omega_0\dot{x}_a + \omega_0^2 x_a = k_s\,\omega_0^2 x_e}$$

Übertragungsfkt.: $F(s) = \dfrac{x_a(s)}{x_e(s)} = \dfrac{k_s\cdot\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$

k_s stationäre Verstärkung
D Dämpfung
ω_0 Kennkreisfrequenz

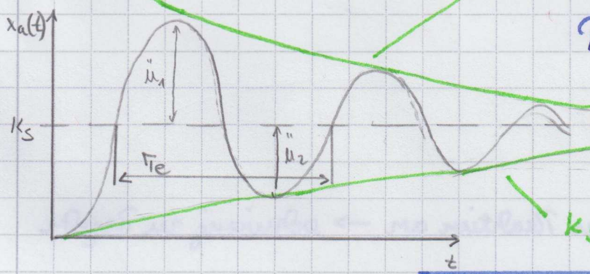
Pol-/Nullstellendiagramm

$D = \cos\varphi$



(Einheits-) Sprungantwort

Einhüllende der Schwingung: $k_s(1 \overset{\text{oben }+}{+} e^{-D\omega_0 t})$



Periodendauer T_e -> Kreisfrequenz des gedämpften Systems

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = \omega_0\sqrt{1-D^2} \approx \omega_0$$

$k_s(1 \underset{\text{unten }-}{-} e^{-D\omega_0 t})$; $\delta = D\omega_0$ = Abklingkonstante

Berechnung der Dämpfung $\boxed{D = \frac{1}{\pi}\ln\frac{ü_1}{ü_2}}$! bei diesem System ! -> bei zu kleiner Dämpfung sinnvoll

Folie 23

$D < 1$ konjugiert komplexe Pole -> schwingungsfähiges System

$D = 1$ aperiodischer Grenzfall -> reeller Doppelpol

$D > 1$ zwei reelle Pole -> nicht schwingungsfähig

Integrierende Regelstrecke

Beispiele: - Füllstandsstrecke, - Motor mit Drehwinkel als Ausgangsgröße

Integrierende Strecke ohne Verzögerung / mit Verzögerung 1. Ordnung

Dgl.: $T_1\ddot{x}_a + \dot{x}_a = k_{Is}\cdot x_e$ I-System / IT_1-System k_{Is} Integrierbarer Wert

Üfkt.: $F(s) = \dfrac{x_a(s)}{x_e(s)} = \dfrac{k_{Is}}{s\,(1+T_1 s)}$