3. Physikalische Eigenschaften

Dichte und Kompressibilität (S 6/7)

Dichte $\boxed{\rho = \frac{dm}{dV}}$ $[\rho] = \frac{kg}{m^3}$

spezifisches Volumen $\boxed{v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}}$

Kompression von Fluiden $\boxed{\Delta p = -E_F \cdot \frac{\Delta V}{V} = E_F \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}}$

E_F = Elastizität des Fluides

$[E_F] = \frac{N}{mm^2}$ $H_2O : 2000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 2000 \frac{N}{mm^2}$

allgemeine Gasgleichung: $\boxed{p \cdot \underset{\uparrow \text{spez}}{v} = R \cdot T}$ oder $\boxed{p \cdot V = m \cdot R \cdot T}$

Gaskonstante $\boxed{R = \frac{R_u}{M}}$ mit $[R] = \frac{kJ}{kg\,K}$

R_u = molare/universelle Gaskonstante $= 8{,}314 \frac{kJ}{kmol\,K}$

M = molare Masse in $\frac{kg}{kmol}$

$m = n \cdot M$ n = Teilchenmenge

Gasströmung inkompressibel wenn $\boxed{\frac{\Delta \rho}{\rho} \ll 1}$ $\boxed{0{,}5 \cdot Ma^2 \ll 1}$

Machzahl $\boxed{Ma = \frac{w}{a}}$ $[Ma] = /$ w = Strömungsgeschw.

a = Schallgeschw.* (abhängig vom Medium)

Für die Praxis gilt: Wenn $Ma = 0{,}3$ ist, so kann die Strömung als inkompressibel angesehen werden

Schallgeschwindigkeit S(8)

für inkompressible Fluide: $\boxed{a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_F}{\rho}}}$

für Gase: $\boxed{a = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}}}$ $\boxed{a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}}$ $\boxed{\kappa = c_p / c_v}$

Reibung (S 9)

Siehe Zeichnung Seite 9

Newtonsches Reibungsgesetz $\boxed{F = \eta \cdot A \cdot \frac{dw}{dn}}$

Tangentialspannung $\boxed{\tau = \frac{F}{A}}$ oder $\boxed{\tau = \eta \cdot \frac{\partial w}{\partial n}}$

η = dynamische Viskosität (Stoffkonstante) $[\eta] = \frac{Ns}{m^2}$

kinematische Viskosität $\boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho}}$ $[\nu] = \frac{m^2}{s}$

Schwereeinfluss S 11

$$\boxed{g(z) = \left(\frac{r_0}{r_0 + z}\right)^2 \cdot g_0}$$

g_0 = Erdbeschleunigung bei $z = 0$ = $9,81 \frac{m}{s^2}$

r_0 = mittlerer Erdradius = 6370 km

Spezifische Wärmekapazität

Siehe Seite 11/12

Beziehungen zwischen Enthalpie, innerer Energie und spez. Wärme

Siehe Seite 12 unten

Siedetemperatur, Kavitation

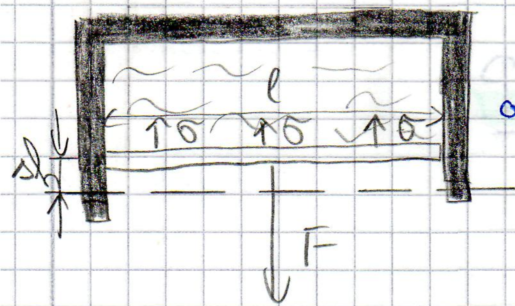
Siehe Seite 13/14

Kapillarität, Grenzflächenspannung S(14)

Die Kapillarspannung entsteht an den Grenzflächen von Flüssigkeiten und Gasen mit festen Wänden

Diese Haftspannung ergibt sich zu $\boxed{\sigma_w = \frac{F}{l}}$ $[\sigma_w] = \frac{N}{m}$

Skizze

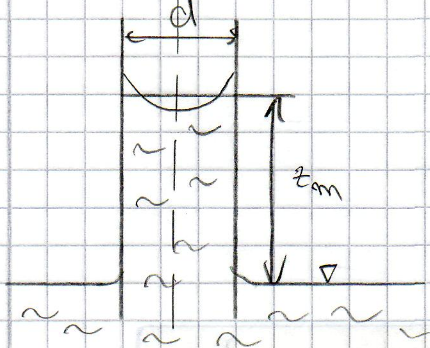


$\Delta A = l \cdot \Delta h$

aufgewendete Arbeit: $\Delta E = F \cdot \Delta h$

spez. Oberflächenenergie: $\Delta E = \Delta A \cdot \sigma$

Im Wasser getauchte Kapillare



es gilt: $\boxed{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot z \cdot \rho \cdot g = \sigma \cdot d \cdot \pi}$

$\Rightarrow \boxed{z_m = \frac{4 \cdot \sigma}{d \cdot \rho \cdot \sigma}}$

Wärmeleitfähigkeit, Wärmestromdichte

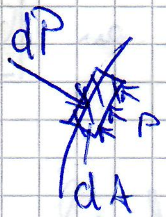
siehe Seite 15 / 16

4. Fluidstatik

Druckkraft, Druckspannung (S. 17)

Druckspannung p

$$\boxed{p = \frac{dP}{dA}}$$



$$\sim \boxed{p = \frac{P}{A}} \qquad [p] = \frac{N}{m^2} = 1\,Pa$$

Druckkraft (Oberflächenspannung) P

$$\boxed{P = -\int_{(V)} \operatorname{grad} p \cdot dV}$$

Druckkräfte können in allen Richtungen wirken. Es sind vektorielle Größen

$$P = iP_x + jP_y + kP_z$$

Volumenkräfte (Massenkräfte) S 18

Gewichtskraft: $\boxed{G = m \cdot g}$

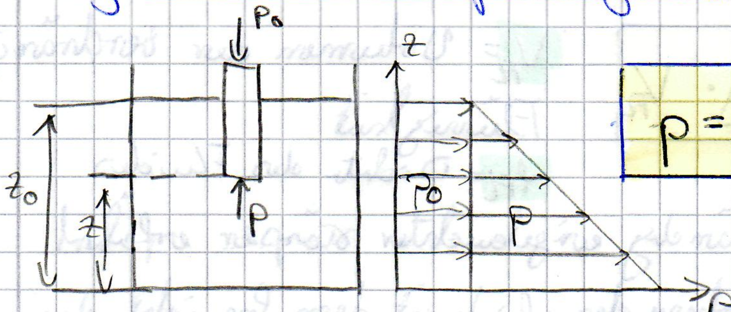
Gravitationskraft = Zentrifugalkraft $\boxed{F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r}$

Ein Fluid ist im Gleichgewicht, wenn die Summe aus Oberflächenkräften und Volumenkräften Null ist!

Bsp: Flüssigkeit in einem rotierenden Gefäß

Siehe Seite 18/19 !

Hydrostatisches Grundgesetz S(19)



$$\boxed{p = p_0 + \rho \cdot g \cdot (z_0 - z)}$$

wenn nur die Schwerkraft wirkt

Der Druck in einem Fluid nimmt linear mit der Tiefe h zu.

Anwendungen siehe Seite 20/21/22

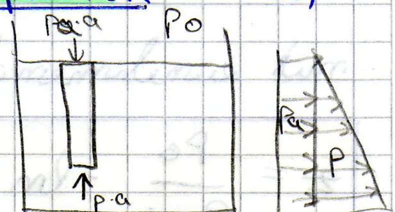
- U-Rohr
- Manometer
- Barometer
- Gasauftrieb in einem Kaminzug
- Hydraulische Presse
- Schrägrohrmanometer
- Hydraulischer Heber

Flüssigkeitsdruck auf feste Boden und Wände (S20a)

Hydrostatische Druckkraft auf ebene Bodenflächen (S20a)

Bodendruckkraft P $\boxed{P = \rho \cdot g \cdot h \cdot A}$

Kraft



Siehe Seite 20a Hydrostatisches Paradoxon

Seitendruckkräfte (S21a)

Siehe Seite 21a/22a/23a

Auftrieb und Schwimmen (S. 24)

Auftriebskraft $\boxed{F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_{Fl}}$

V_{Fl} = Volumen der verdrängten Flüssigkeit
ρ_{Fl} = Dichte des Fluides

Ein in eine Flüssigkeit vollständig eingetauchter Körper erfährt einen Auftrieb senkrecht nach oben der gleich ist dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit

Die resultierende Kraft lautet $\boxed{F_R = (\rho_{Fluid} - \rho_{Körper}) \cdot g \cdot V}$

Gleichgewicht herrscht, wenn $F_A = G_K$ $(\rho \cdot g \cdot V = m \cdot g)$
der Körper sinkt, wenn $F_A < G_K$ $(\rho \cdot g \cdot V < g \cdot m)$
der Körper steigt, wenn $F_A > G_K$ $(\rho \cdot g \cdot V > m \cdot g)$

Stabilität siehe Seite 25

Aerostatik (S 27)

mit zunehmender Höhe z nimmt der Druck p ab

$$\boxed{z = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \cdot \ln \frac{p_0}{p}} \quad \curvearrowleft \quad \boxed{p = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot z}}$$

$$\boxed{\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot z}}$$

Normalatmosphäre
$T_0 = 288{,}5\, K$
$p_0 = 101325\, \frac{N}{m^2}$
$\rho_0 = 1{,}225\, \frac{kg}{m^3}$

Der Temperaturgradient bis 11 km Höhe beträgt

$$\frac{dT}{dz} = -0{,}0065\, \frac{K}{m}$$

Massenerhaltungssatz, Kontinuitätsgleichung

Die Strömungsgeschwindigkeit in einer Stromröhre ist ~~über~~ die über den Querschnitt genommene mittlere Geschwindigkeit!

Massenstrom $[\dot{m}] = \frac{kg}{sec}$

$$\boxed{\dot{m} = \rho_1 \cdot A_1 \cdot w_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot w_2 = const}$$

Volumenstrom $[\dot{V}] = \frac{m^3}{sec}$

für inkompressible Strömungen gilt:

In einer Stromröhre tritt in jedem Augenblick, durch jeden Querschnitt das gleiche Flüssigkeitsvolumen

$$\boxed{\dot{V} = w_1 \cdot A_1 = w_2 \cdot A_2 = const.}$$

Dynamische Grundgleichung

$$\boxed{\rho \cdot \vec{b} = \rho \cdot \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{K} + \vec{P} + \vec{Z} + \vec{T}}$$

$\vec{K}$ = Volumenkraft (meist Schwerkraft) pro Volumeneinheit

Oberflächenkraft (Tangential- und Normalkräfte)

$\vec{P}$ = Druckkraft pro Volumeneinheit

$\vec{Z}$ = Zähigkeitskraft " "

$\vec{T}$ = Turbulenzkraft " "

Bernoulli-Gleichung

$$\boxed{\int \frac{\partial w}{\partial t}\, ds + \frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = const}$$

für stationäre inkompressible Strömungen lautet die Bernoulli Gleichung dann: (keine zeitliche Änderung)

Energiegleichung $$\boxed{\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = const}$$

Druckgleichung $$\boxed{\frac{\rho}{2} \cdot w^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = const}$$

Höhenform $$\boxed{\frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\rho \cdot g} + z = const.}$$

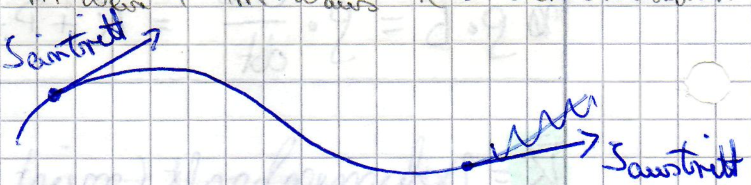
Impulssatz (§ 53)

eintretender Impulsstrom (−)
austretender Impulsstrom (+)

$$\boxed{\int \rho \cdot w \cdot d\dot{V} = \vec{K} + \vec{P} + \vec{S}}$$ oder $$\boxed{\dot{m} \cdot w_{aus} - \dot{m} \cdot w_{ein} = \vec{R}}$$

$\dot{m} \cdot w_{ein} + \dot{m} \cdot w_{aus} = R$ = Vektoraddition

$$\boxed{d\dot{V} = dQ}$$



K = Volumenkraft

P = Kraft auf freien Teil der Kontrollfläche $P = p \cdot A$

$\vec{S}$ = Kraft auf festen Teil der Kontrollfläche

~~Definiert man nun, daß der eintretende Impulsstrom negativ~~ ist, ~~und der austretende~~

$$\boxed{I = \dot{m} \cdot w = \rho \cdot w^2 \cdot A = \rho \cdot w \cdot \dot{V}}$$

I = Impuls = Massenstrom · Geschwindigkeit

$$\boxed{\dot{V} = w \cdot A} \qquad \boxed{\dot{m} = \rho \cdot A \cdot w}$$

Energiesatz (S 58)

Wichtig: Infos auf Seite 58 oben!

Mechanische Energiegleichung für inkompressible, reibungsfreie, instationäre Strömungen ≙ Bernoulli-Gleichung

$$\boxed{\rho \int \frac{\partial w}{\partial t}\, ds + \frac{\rho}{2} w^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = const}$$

für stationäre Strömungen

$$\boxed{\frac{\rho}{2} \cdot w^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = const} \quad \text{oder} \quad \boxed{\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = const}$$

allgemeine Energiegleichung

Auf Seite 59 / 60

berücksichtigt auch thermische Energie

Rohrhydraulik (S 71)

Der Umschlag von laminarer Strömung in turbulente, erfolgt bei technischen Rohren für:

$$Re = 2300 \div 3000 \qquad \boxed{Re = \frac{w_m \cdot D}{\nu}}$$

Erweiterte Bernoulligleichung ~~mit Geschwindigkeits~~

$$\boxed{\alpha_1 \cdot \frac{\rho}{2} w_1^2 + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = \alpha_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2 + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2}$$

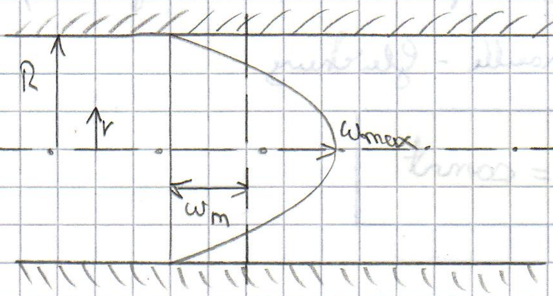
α = Geschwindigkeitsausgleichswert $\boxed{\alpha = \frac{1}{w_m^3 \cdot A} \cdot \int_{(A)} w^3\, dA}$

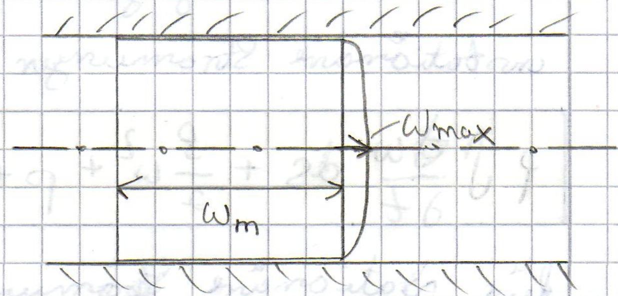
laminar $\boxed{\alpha = 2}$ turbulent $\boxed{\alpha = 1{,}05 \approx 1}$

ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung

$$\boxed{w(r) = \left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]^n \cdot w_{max}}$$

n aus Graphen ablesbar (abhängig von Re)





laminar

$w_{m_{Lam}} = \frac{1}{2} w_{max}$, $\alpha = 2$

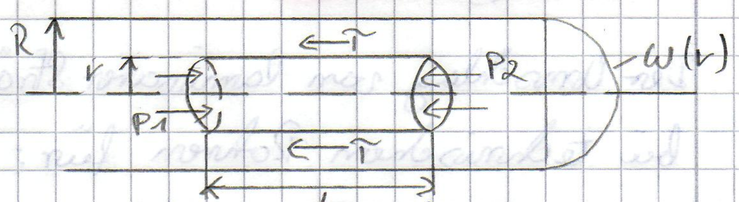
turbulent

$w_{m_{tur}} = 0{,}88 \cdot w_{max}$; $\alpha = 1{,}05 \approx 1$

Berchnung der Geschwindigkeitsverteilung für Laminare Strömungen

Ab Seite 73

Gesetz von Stokes



$$\boxed{w(r) = \frac{\Delta p \cdot (R^2 - r^2)}{4\eta \cdot L}}$$

$$\eta = \nu \cdot \rho$$

Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$\boxed{\dot{V} = \frac{\Delta p \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot L}}$$

Druckabfall in Rohrleitung durch Reibung

$$\boxed{\Delta p = \frac{8 \cdot \eta \cdot L \cdot \dot{V}}{\pi \cdot R^4}} \quad \text{oder} \quad \boxed{\Delta p = \frac{8 \cdot \eta \cdot L \cdot w_m}{R^2}}$$

Erweiterte Bernoulligleichung mit Verlustglied (S 75)

Gilt, wenn man noch die Verluste an strömungsmechanischer Energie durch Reibungseinflüsse berücksichtigt.

$$\boxed{\alpha_1 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 + p_1 + \gamma \cdot z_1 = \alpha_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2 + p_2 + \gamma \cdot z_2 + (p_v)_{1-2}}$$

p_v = Verluste von Stelle 1 nach 2

Energieverluste

Siehe Seite 76

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 64 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \cdot \frac{1}{Re}$$

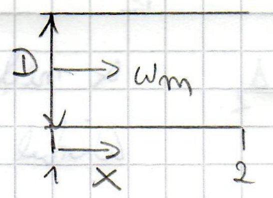
oder

$$h_v = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{w}{2g}$$

Wandreibung (S 77)

Druckverlust durch Wandreibung $\boxed{\Delta p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2}$

bzw. $\frac{dh_v}{dx} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{w_m^2}{2g}$



mit:

λ = Rohrreibungszahl

D_h = hydraulischer Durchmesser

$D_h = 4 \cdot \frac{A}{U}$

U = benetzter Umfang

A = Rohrquerschnitt

Bestimmung der Rohrreibungszahl

λ: Siehe S. 77

laminar: $\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$

turbulent:

glatte Rohre

$\boxed{\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}}$ $Re_{krit} < Re < 10^5$

$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8}$ für beliebige Re

rauhe Rohre

$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \frac{k}{D}}$

k = mittlere Rauhigkeit

$\frac{k}{D}$ = relative Rauhigkeit

Einzelwiderstände

zetta

$$h_v = \zeta \cdot \frac{w^2}{2g} \quad \text{oder} \quad p_v = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2$$

zetta

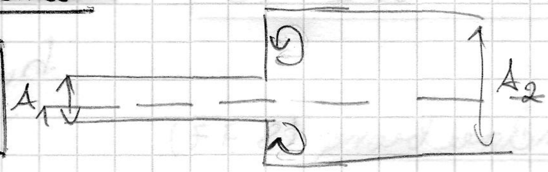
ζ = Verlustziffer zetta

für die reine Rohrreibung ergibt sich ζ zu:

$$\boxed{\zeta = \frac{\lambda \cdot L}{D}}$$

Verlustziffern von Rohrleitungselementen

plötzliche Erweiterung $\boxed{\zeta = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2}$

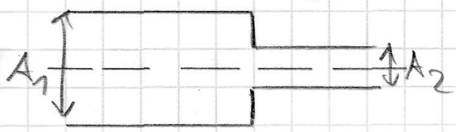


α ↓ α ↑

Diffusor $\boxed{\zeta = (0{,}12 \text{ bis } 0{,}20) \cdot \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]}$

α nicht größer als 4° da sonst Wirbel und Ablösung

plötzliche Verengung $\boxed{\zeta = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2}$



α = Kontraktionszahl

(abhängig von A_2/A_1 und Kantenform!)

Tabelle für α auf S. 80