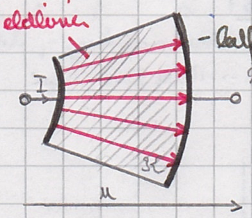
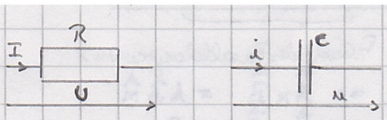
20.03.14
FBW

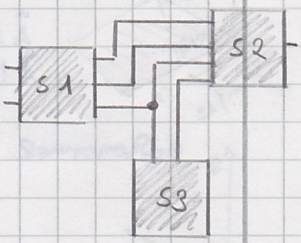
Passwort:

(1)



- halbförmige Elektroden
Längt von Ort ab
E-Feld?
J-Feld?





$\vec{E}(\vec{r})$; $\vec{J}(\vec{r})$

$\vec{D}(\vec{r})$ bei C

$H(\vec{r})$, $B(\vec{r})$ bei L

Detailanalyse mit lokalen Größen

Klemmenverhalten

$i = \frac{dQ}{dt} = C\frac{du}{dt}$

u, i — Q bzw. q

Beschreibung mit integralen Größen

Systemverhalten

jedes Subsystem analysieren

Verhalten? mit integralen Größen

2) Mathematische Hilfsmittel (5)

2.2 Vektorrechnung

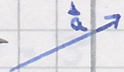
$\vec{a}$ Darstellung

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

Pfeil → $\boxed{\vec{a} = a\,\hat{a}}$

im Skript Fett

$\underbrace{a}_{\text{Betrag (Länge)}}$ $\underbrace{\hat{a}}_{\text{Einheitsvektor (Richtung)}}$



graphische Präsentation (Skalierung definieren!)

$\vec{a} = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z$

$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z}}$

oder $\boxed{\vec{a} = a_u\hat{u} + a_v\hat{v} + a_w\hat{w}}$

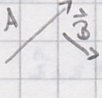
$a = \|\vec{a}\|$ = Euklidische Norm

$\|\hat{a}\| = |\hat{a}| = 1$

$\boxed{\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = \frac{\vec{a}}{a}}$

$\boxed{\text{nur orthonormale Basis! = Länge des EV} = 1 \text{ und Basisvektoren sind EV und senkrecht aufeinander}}$

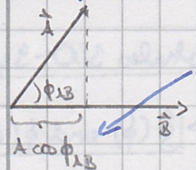
Operationen



$\vec{A}+\vec{B}$, $\vec{A}-\vec{B}$, $\vec{A}\cdot\vec{B}$, $\vec{A}\times\vec{B}$, $\vec{A}\vec{B}$

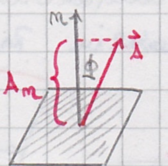
Skalarprodukt — Kreuzprodukt — dyadisches Produkt

58 **Skalarprodukt** $\vec{A}\cdot\vec{B} = A\cdot B\cdot\cos\phi_{AB}$ ← Ergebnis = Skalar



$A\cos\phi_{AB} = \vec{A}\cdot\hat{B} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{B}\cdot\cos\phi_{AB}$ $\boxed{A\cos\phi_{AB} = \vec{A}\cdot\hat{B}}$ Projektion von $\vec{A}$ auf die Richtung $\vec{B}$

Projektion auf Normalenrichtung:



$\boxed{A_n = \hat{n}\cdot\vec{A}} = A\cos\phi$ = Normalkomponente A_n

$\hat{=}$ Projektion von $\vec{A}$ auf die Richtung $\hat{n}$

$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = 0$

$\vec{A}\parallel\vec{B} \Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = A\cdot B$ maximaler Wert, der auftreten kann $\hat{=}$ max

Antiparallel $\vec{A}\downarrow\uparrow\vec{B} \Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = -A\cdot B$ $\phi = 180°$

$\hat{u},\hat{v},\hat{w}$ orthonormal $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{u}\cdot\hat{u} = \hat{v}\cdot\hat{v} = \hat{w}\cdot\hat{w} = 1}$ & $\boxed{\hat{u}\cdot\hat{v} = \hat{u}\cdot\hat{w} = \hat{v}\cdot\hat{w} = 0}$

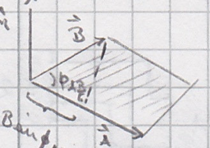
$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_u\hat{u} + A_v\hat{v} + A_w\hat{w})\cdot(B_u\hat{u} + B_v\hat{v} + B_w\hat{w}) = A_uB_u\underbrace{\hat{u}\cdot\hat{u}}_{=1} + A_uB_v\underbrace{\hat{u}\cdot\hat{v}}_{=0} + \ldots$

$\Rightarrow \boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = A_u\cdot B_u + A_v\cdot B_v + A_w\cdot B_w}$ bei Orthonormalem 3D-System

§9 Vektor **Kreuzprodukt** $\boxed{\vec{A}\times\vec{B} = \underbrace{A\cdot B\cdot \sin\phi_{AB}}_{\text{Fläche des Parallelogramms}}\cdot\hat{n}} = -\vec{B}\times\vec{A}$ & $\boxed{\begin{matrix}\hat{n}\perp\vec{A}\\ \hat{n}\perp\vec{B}\end{matrix}}$ & $\{\vec{A},\ \vec{B},\ \hat{n}\}$ = **Rechtssystem**

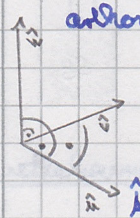
Daumen-, Zeige-, Mittelfinger

-> Rechte Hand-Regel



$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow \vec{A}\times\vec{B} = AB\hat{n}$

$\vec{A}\parallel\vec{B} \Rightarrow \vec{A}\times\vec{B} = 0$



orthonormal $\{\hat{u},\hat{v},\hat{w}\}$ Rechtssystem
$$\boxed{\begin{aligned}\hat{u}\times\hat{u} &= \hat{v}\times\hat{v} = \hat{w}\times\hat{w} = 0\\ \hat{u}\times\hat{v} &= \hat{w} = -\hat{v}\times\hat{u}\\ \hat{v}\times\hat{w} &= \hat{u} = -\hat{w}\times\hat{v}\\ \hat{w}\times\hat{u} &= \hat{v} = -\hat{u}\times\hat{w}\end{aligned}}$$

$$\hat{A}\times\hat{B} = \hat{u}\,(A_vB_w - A_wB_v) + \hat{v}\,(A_wB_u - A_uB_w) + \hat{w}\,(A_uB_v - A_vB_u)$$

$$\boxed{\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix}\hat{u} & \hat{v} & \hat{w}\\ A_u & A_v & A_w\\ B_u & B_v & B_w\end{vmatrix}}$$ ← Ausrechnen wie Determinante

§10 **Dyadisches Produkt** $\vec{A}\vec{B}$ -> Ergebnis Tensor 2. Stufe Darst. hier uns in der Regel Matrix

wichtig $\boxed{\underbrace{(\vec{a}\,\vec{b})}_{\text{„Tensor"}}\cdot\underset{\text{Vektor}}{\vec{c}} = \underset{\text{Vektor}}{\vec{a}}\underbrace{(\vec{b}\cdot\vec{c})}_{\text{Skalar}}}$ „Tensor · Vektor = Vektor"
$\overleftrightarrow{C}$ $\vec{g}$
└> kann andere Länge & Richtung haben wie $\vec{g}$

$$\overleftrightarrow{C} = [C] = \vec{A}\vec{B} = \overbrace{A_uB_u\,\hat{u}\hat{u}}^{C_{uu}} + \overbrace{A_uB_v\,\hat{u}\hat{v}}^{C_{uv}} + \dots + \overbrace{A_wB_w\,\hat{w}\hat{w}}^{C_{ww}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\overleftrightarrow{C}\cdot\vec{g} &= \overleftrightarrow{C}\,(g_u\hat{u} + g_v\hat{v} + g_w\hat{w}) = \dots \quad \hat{u}\hat{u}\cdot\hat{u} = \hat{u},\ \ \hat{u}\hat{v}\cdot\hat{u} = 0\\ &= \hat{u}\,(C_{uu}g_u + C_{uv}g_v + C_{uw}g_w) + \hat{v}\,(C_{vu}g_u + C_{vv}g_v\\ &\quad + C_{vw}g_w) + \hat{w}\,(C_{wu}g_u + C_{wv}g_v + C_{ww}g_w)\end{aligned}}$$
Tensor · Vektor = Vektor

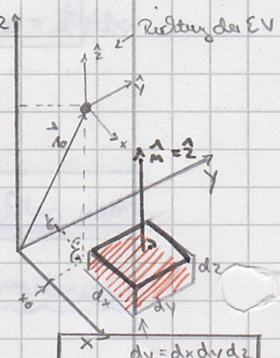
Skalarprodukt: $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{A}^T\vec{B} = (A_u\ A_v\ A_w)\begin{pmatrix}B_u\\B_v\\B_w\end{pmatrix}$

dyadisches Produkt: $\vec{A}\vec{B} = \vec{A}\,\vec{B}^T = \begin{pmatrix}A_u\\A_v\\A_w\end{pmatrix}(B_u\ B_v\ B_w)$

§11 **2.3 Koordinatensysteme**

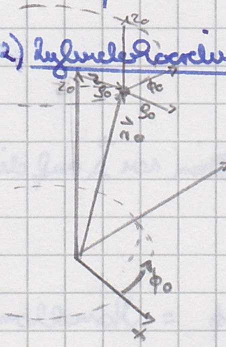
1) **Kartesische Koordinaten** $\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z} \Rightarrow A_x = \hat{x}\cdot\vec{A}$ usw.

$d\vec{a}_{xy} = \hat{z}\,dx\,dy$ Flächenelement ; $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{pmatrix} = x_0\hat{x} + y_0\hat{y} + z_0\hat{z}$



$\boxed{dv = dx\,dy\,dz}$
Volumenelement

2) **Zylinderkoordinaten**



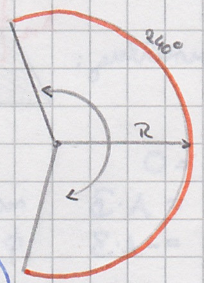
$\hat{\phi}$ = Tangential am Kreis

$\boxed{\hat{\rho} \text{ und } \hat{\phi} \text{ sind abhängig vom Raumpunkt -> lokales KO-System}}$
└> ändern sich je nach Punkt (vom Ort abhängig)

└> $\boxed{\hat{\rho}(\phi) \text{ und } \phi(\phi)}$

Bogenlänge ≙ Winkel im Radius

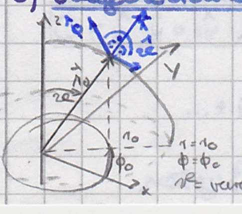
$dA = d\rho\,dz$



$\underline{b} = 2\pi R\,\frac{2}{3} = \underbrace{\frac{4}{3}\pi}_{\text{Winkel in Rad}} R$

Bild Seite 14. $$\boxed{\begin{aligned}dv &= \rho\,d\rho\,d\phi\,dz\\ da &= \rho\,d\rho\,d\phi\end{aligned}}$$

Seite 15 3) **Kugelkoordinaten (sphärische Koordinaten)**



ϑ = Winkel aber „Polwinkel" genannt

$\vec{A} = A_r\hat{r} + A_\vartheta\hat{\vartheta} + A_\phi\hat{\phi}$ da andere EV

alle vom Ort abhängig (-> lokales KO-System) -> Achtung beim Rechnen! Keine Spaltenvektoren,