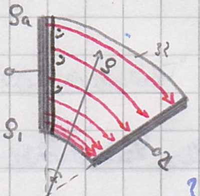
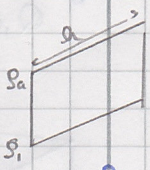
alternativ ggf.: $\boxed{U \text{ vorgeben} \Rightarrow \vec E \Rightarrow \vec J \Rightarrow I \Rightarrow R}$

177 Bsp 4.2



$$\iint \vec J\, d\vec a \neq I \cdot A = J \cdot \underbrace{h(\varrho_a - \varrho_i)}_{A}$$



Prüfung: Kapazität oder Widerstand berechnen entweder I oder U vorgeben

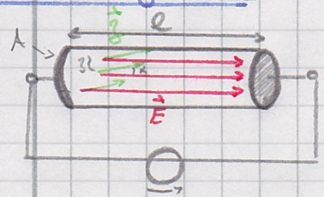
$$U = U_{12} = \int \vec E\, d\vec s = E \cdot \varrho \cdot \alpha \quad \Rightarrow E_\phi(\varrho) = \frac{U}{\alpha \cdot \varrho}$$

$$J_\phi(\varrho) = \kappa \cdot E_\phi(\varrho) = \frac{\kappa \cdot U}{\alpha \cdot \varrho} \quad \Rightarrow I = \iint_A \vec J\, d\vec a = \iint_A J\, da = h \cdot \int_{\varrho_i}^{\varrho_a} \frac{\kappa \cdot U}{\alpha \varrho}\, d\varrho$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{\alpha}{h \cdot \kappa \ln\left(\frac{\varrho_a}{\varrho_i}\right)} \qquad = h \cdot \frac{\kappa U}{\alpha} \ln\left(\frac{\varrho_a}{\varrho_i}\right)$$

4.6 Leistungsumsatz

178



$P = U \cdot I$ Leistung

$$\rightarrow \boxed{p = \frac{P}{V} = \frac{U \cdot I}{l \cdot A} = E \cdot J} \text{ Leistungsdichte}$$

$I = J_n \cdot A$ falls anisotrop $\rightarrow \boxed{p = \frac{dP}{dV} = \vec E \cdot \vec J} \hat{=} E J_n = E J \cos\alpha$

auch nichtlinear

linear und isotrop $\rightarrow$ $\vec J = \kappa \cdot \vec E$ & $\vec E = \frac{\vec J}{\kappa}$ $\Rightarrow$ $p = \kappa E^2 = \frac{1}{\kappa} J^2$ für linear & isotrop

vgl. allgemein $P = U \cdot I \xrightarrow{\text{linear}} P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} = G U^2 = \frac{1}{G} \cdot I^2$

$$\boxed{P = U \cdot I = \iiint_V \overbrace{\vec E \cdot \vec J}^{p} \, dV} \text{ Leistungsumsatz}$$

Leistungsdichte

08.05.2014

180
4.7 Gesetze des stationären Strömungsfeldes in differentieller Form

lokale Form der Gleichungen im stat. Strömungsfeld

$\oint_{\partial A} \vec E\, d\vec s = 0 \Rightarrow$ wirbelfrei $\xrightarrow{\text{Stokes}}$ $\boxed{\operatorname{rot} \vec E = 0}$ $\qquad \oiint_{\partial V} \vec J\, d\vec a = 0 \Rightarrow$ quellenfrei $\xrightarrow{\text{Gauß}}$ $\boxed{\operatorname{div} \vec J = 0}$

① $\Leftarrow -\operatorname{grad} \varphi = \vec E \xrightarrow{②} \boxed{\vec J = \overleftrightarrow{\kappa} \cdot \vec E}$ falls linear ③

$\Rightarrow \operatorname{div}(\overleftrightarrow{\kappa} \cdot (-\operatorname{grad} \varphi)) = 0 \rightarrow \boxed{\operatorname{div}(\overleftrightarrow{\kappa} \cdot \operatorname{grad} \varphi) = 0}$ PDGL für $\varphi(\vec r)$ im stat. Strömungsfeld

$$\boxed{\nabla \cdot (\overleftrightarrow{\kappa} \cdot \nabla \varphi) = 0}$$

← ② analytisch nur falls sym.
aber numerisch sonst (siehe Phys. Sys.)

($\overleftrightarrow{\kappa} \rightarrow \kappa \neq f(\vec r)$ d.h. isotrop und (stückweise) homogen

182 $\nabla \cdot (\nabla \varphi) = \nabla^2 \varphi = \boxed{\Delta \varphi = 0}$ Laplace-Gleichung $\rightarrow$ vgl. E-Statik falls $\eta = 0$ und homogen|isotrop

183
4.8 Schlussbemerkungen zum stationären Strömungsfeld

Übersicht Seite 183

$\oiint_{\partial V} \vec J\, d\vec a = 0$ ← ① falls Sym. Probleme vgl. E-Statik

185 Bsp 4.4 $\Delta \varphi = 0$ im Medium 1 und 2

(Zyl. Koord. s. FoSa) $\frac{\partial}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial z} = 0 = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho}\right) = 0$

$\Rightarrow \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} = F \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} = \frac{F}{\varrho} \Rightarrow \varphi(\varrho) = F \ln(\varrho) + G$

$$\varphi(\varrho) = \begin{cases} \underline{\underline{F_1}} \ln(\varrho) + \underline{\underline{G_1}} & \text{für } \varrho_i \leq \varrho \leq \varrho_m \\ \underline{\underline{F_2}} \ln(\varrho) + \underline{\underline{G_2}} & \text{für } \varrho_m \leq \varrho \leq \varrho_a \end{cases}$$

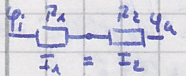
$\rightarrow$ 4 Unbekannte $\rightarrow$ 4 Gleichungen

$\varphi(\varrho_i) = \varphi_i \Rightarrow \| \; F_1 \ln \varrho_i + G_1 = \varphi_i \quad (1)$

08.05.2014

186 Bsp. 4.4 $\varphi(\varrho_a)=\varphi_a \Rightarrow \| F_2 \ln\varrho_a + G_2 = \varphi_a$ (2)

$\varphi(\varrho_m^-)=\varphi(\varrho_m^+) \Rightarrow \| F_1\ln\varrho_m + G_1 = F_2\ln\varrho_m + G_2$ (3)



$\to \kappa E_\varrho = \kappa\left(-\frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\right)$ stetig $\Rightarrow \| \kappa_1\frac{F_1}{\varrho_m} = \kappa_2\frac{F_2}{\varrho_m}$ (4)

$\to J_1$ stetig $\Rightarrow J_\varrho$ stetig

Prüfung Gleichungssystem aufstellen ohne ausrechnen (bis hierhin)

2. Lösung I vorgegeben $\Longrightarrow \vec{J} = ??$ mit $I = \iint_A \vec{J}\,d\vec{a}$ symm. $\frac{\partial}{\partial\varphi} = \frac{\partial}{\partial z} = 0 \Longrightarrow J_\varrho\cdot A = I$ Bogenlänge $A = d\cdot\varrho\cdot\alpha$

$\to J_\varrho(\varrho) = \frac{I}{d\alpha}\cdot\frac{1}{\varrho}$ $\to E_\varrho(\varrho) = \frac{J_\varrho(\varrho)}{\kappa(\varrho)}$

$U_{im} = \varphi_i - \varphi_m = \int_{\varrho_i}^{\varrho_m}\frac{1}{d\alpha\kappa_1\varrho}\,d\varrho = \frac{I}{d\alpha\kappa_1}\ln\left(\frac{\varrho_m}{\varrho_i}\right) \Rightarrow \varphi_m = \varphi(\varrho_m) = \varphi_i - \frac{I}{d\alpha\kappa_1}\ln\left(\frac{\varrho_m}{\varrho_i}\right)$

I aus $U_{ia} = \varphi_i - \varphi_a = \int_{\varrho_i}^{\varrho_m}\frac{I}{d\alpha\kappa_1\varrho}\,d\varrho + \int_{\varrho_m}^{\varrho_a}\frac{I}{d\alpha\kappa_2\varrho}\,d\varrho = I\cdot\text{Restterm} \Rightarrow I = \frac{\varphi_i-\varphi_a}{\text{Restterm}} \Rightarrow$ wie erwähnt

187

5 Das stationäre magnetische Feld (Magnetostatik)

Dauermagnete

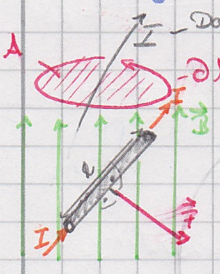
stromdurchflossene Leiter

Näherung { magnetischer Kreis mit/ohne Luftspalt (u. U. verzweigt) ↳ Ersatzschaltbilder (R_m ...)

192 $\vec{B} \mathrel{\hat=}$ magn. Flussdichte (in $T = \frac{Vs}{m^2}$) $= \frac{d\Phi}{da}$ $\boxed{\oint_{\partial V}\vec{B}\,d\vec{a} = 0}$ magn. Flussdichte sind immer geschlossen (kein Anfang & kein Ende) $\boxed{\iint_A \vec{B}\,d\vec{a} = \Phi}$ magn. Fluss

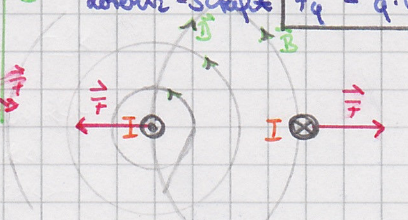
$\vec{H} \mathrel{\hat=}$ magn. Feldstärke (in $\frac{A}{m}$) $\boxed{\oint_{\partial A}\vec{H}\,d\vec{s} = I_A = \iint_A \vec{J}\,d\vec{a}}$ Durchflutungsgesetz

Ström durch Fläche — Ströme sind Ursache des magn. Feldes



(Rechte Hand-Regel)

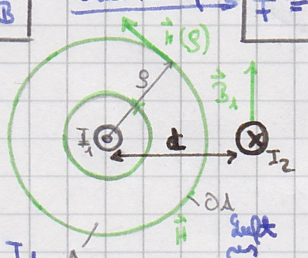
Lorentz-Kraft $\boxed{\vec{F}_q = q\cdot\vec{v}_q\times\vec{B}}$



Länge l und Richtung von I

Äquivalent $\boxed{\vec{F} = I\,\vec{l}\times\vec{B}}$

$\boxed{H_\varrho(\varrho) = \frac{I}{2\pi\varrho}}$



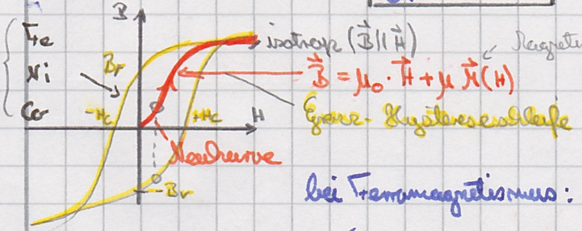
196 $\oint_{\partial A}\vec{H}\,d\vec{s} = I_A \Rightarrow H_\varrho 2\pi\varrho = I \Rightarrow H_1 = \frac{I_1}{2\pi d} \Rightarrow B_1 = \underbrace{\mu_0}_{\text{Luft}} H_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ $\xRightarrow{\alpha = 90^\circ} F_2 = I_2\cdot l\cdot B_1 = \frac{\mu_0 l}{2\pi d}I_1 I_2$

$\left.\begin{array}{l} l = 1\,m \\ d = 1\,m \\ I_1 = I_2 = 1\,A \end{array}\right\} F = 2\cdot 10^{-7}\,N$ def Ampère $\Rightarrow \boxed{\mu_0 = \frac{F_2\,2\pi d}{l\cdot I_1 I_2}} = \boxed{4\pi\cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am}}$ magn. Feldkonstante

Zentrale Gesetze: (1) $\boxed{\oint_{\partial V}\vec{B}\,d\vec{a} = 0}$ und $\boxed{\oint_{\partial A}\vec{H}\,d\vec{s} = I_A}$ (2) $\boxed{\vec{B} = \mu_0\vec{H}}$ für Vakuum

Ursache des Feldes!

202 Ferromagnetische Elemente { Fe Ni Co }



$B = f(H)$ gilt nicht abhängig von Vorgeschichte → kompliziert

bei Ferromagnetismus: + Nichtlinearität + (abhängig von Historie) + u. U. Anisotropie

$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \underbrace{\mu_0\vec{H}}_{\text{Vakuum}} + \underbrace{\mu_0\vec{M}(H)}_{\text{Magnetisierung}}}$ vgl. $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

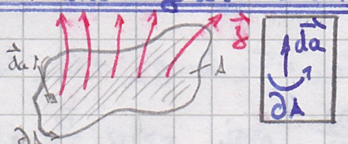
199

falls linear $B \sim H$

200 bzw. 203 (3) $\boxed{\vec{B} = \overleftrightarrow{\mu}\cdot\vec{H} = \mu_0\overleftrightarrow{\mu_r}\vec{H}}$ $\xrightarrow[\text{und isotrop}]{\text{falls linear}}$ $\boxed{\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}}$

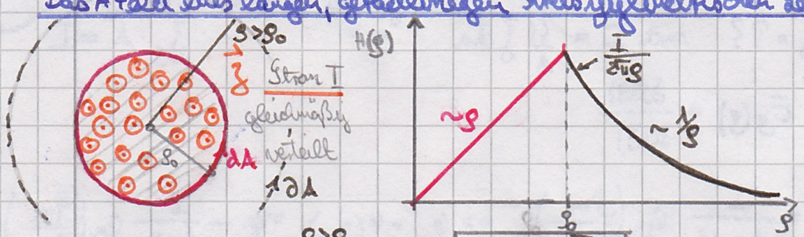
204 5.7 Das Durchflutungsgesetz zur Berechnung von H-Feldern

$$\boxed{\oint_{\partial A} \vec{H}\, d\vec{s} = \iint_A \vec{J}\, d\vec{a} = I_A}$$ vgl. Stokes



205 $Q_V = \sum Q_i + \int \lambda\, ds + \iint \sigma\, da + \iiint \eta\, dv$ $\xrightarrow{\text{analog}}$ $I_A = \sum I_i + \int \vec{I}_* \cdot d\vec{l} + \iint_A \vec{J}\, d\vec{a}$ → "hier enthalten" → darunter

206 Das H-Feld eines langen, geradlinigen kreiszylindrischen Leiters

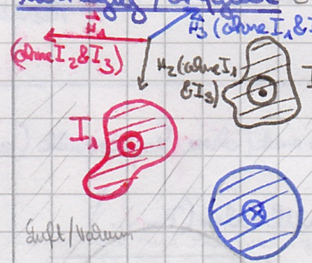


$$\oint \vec{H}\, d\vec{s} = H\, 2\pi\rho = \frac{I}{\pi\rho_0^2}\pi\rho^2 = J_z \pi\rho^2$$

$$= \boxed{H(\rho) = \frac{J_z}{2}\rho}$$ innerhalb

$$\oint \vec{H}\, d\vec{s} = H\, 2\pi\rho \overset{\rho>\rho_0}{=} I \Rightarrow \boxed{H(\rho) = \frac{I}{2\pi\rho}}$$ außerhalb

207 Überlegung / Aufgabe 3 Leiter

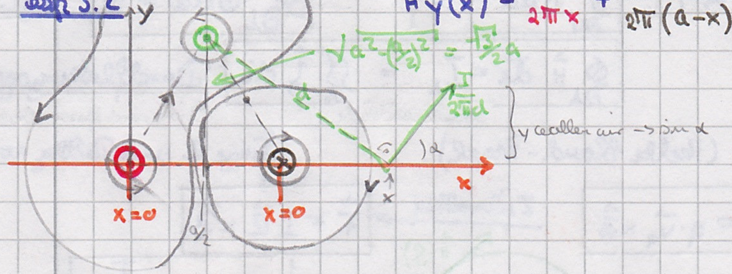


$$\boxed{\vec{H}_{ges} = \sum \vec{H}_i}$$ Superposition

nur falls 1) lineare Materie
2) falls Leiter $\mu_r \approx 1$ (Cu, Al, Ag, Au o.ä.)

208 Bsp 5.2

$$H_y(x) = \frac{I}{2\pi x} + \frac{2I}{2\pi(a-x)} + \frac{I}{2\pi\sqrt{(x-\frac{a}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2}} \cdot \overbrace{\sin\alpha}^{\frac{x-a/2}{d}}$$



Nach Heute bis Aufgabe 27