

Moderne Regelsysteme

Praktikum: 4h Fr 9⁰⁰-12³⁰ 30152 Gruppe 1
 4h Di 10⁰⁰-13¹⁵ " " Gruppe 2 } 3 Versuche Start im 2-3 Wochen

Materiel: Fachsoft/moodle -> PW: 1bdddpw

Buch: „Regelungstechnik 2“ G. Schulz, K. Graf ISBN 978-3-486-71281-0 Oldenburg

① Einleitung: Geschichtliches / Vornebe

Zustandsführung Stalman } 1960
 Zustandsbeobachtung Gauenberger }

Zustandsregelung => linearer Regler, der eine freie Polvorgabe im Regelkreis erlaubt!

=> DIE LÖSUNG! der linearen Regelungsaufgabe.

Es sind keine Kompromisse zwischen Schnelligkeit und Dämpfung mehr notwendig

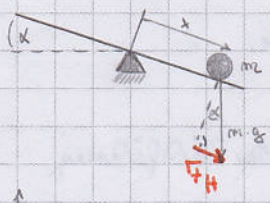
Leitungsregelung

② Skizze von Zustandsregelungen im Frequenzbereich (SISO-Fall)

Single-Input-Single-Output: eine Stellgröße, eine Regelgröße

Multiple-Input-Multiple-Output (MIMO): Mehrfachgrößenfall

SISO-Beispiel: Lageregelung eines Stabes auf einer Wippe (phys. Modellbildung)



Stellgröße = Neigungswinkel α , Regelgröße = Position x

Hangabtriebskraft $F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha$

2. Newtonsche Gesetz $F_H = m \cdot \ddot{x} \rightarrow \ddot{x} = g \cdot \sin \alpha$

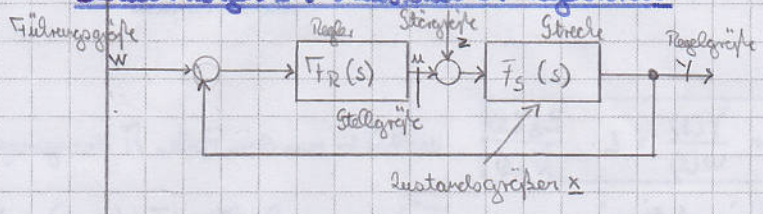
... nur kleine Winkel ($\rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$)

$\ddot{x}(t) = g \cdot \alpha(t)$ Dgl 2

$s^2 X(s) = g \cdot \alpha(s)$

=> Streckenübertragungsfunktion $\bar{F}_S(s) = \frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{g}{s^2}$ 2. Ordnung zweifach integrierend

Berechnungen im klassischen Regelkreis



2.1 Entwurfsgleichung des Zustandsreglers

Charakteristische Gleichung des Regelkreises (RK)

$$1 + F_R(s) \cdot F_S(s) = 1 + \frac{Z_R \cdot Z_S}{N_R \cdot N_S} = 0 \quad \text{Char. Polynom } C(s) = N_R N_S + Z_R Z_S$$

=> Vorgabe des Char. Polynoms => Entwurfsgleichung
$$\frac{Z_R Z_S + N_R N_S}{m_R m} = \frac{\tilde{N} \cdot \Delta}{m m_R}$$

Gegeben: Z_S Zähler & N_S Nenner = Polynom der Strecke

\tilde{N} Polynom der geregelten Strecke

Δ Beobachterpolynom

Gesucht: Z_R & N_R = Polynom des Reglers

• Reglerberechnung über Koeffizientenvergleich

↓ Welche Reglerordnung m_R erlaubt eine freie Polvorgabe im $\tilde{N} \cdot \Delta$?

Ansatz für die Strecken-Übertragungsfkt. $F_S(s) = \frac{Z_S}{N_S} = \frac{\dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$

Streckengrad m **Koeffizient** von der höchsten s -Potenz ist Eins => normiertes Nennerpolynom

Regleransatz der Ordnung m_R
$$F_R(s) = \frac{d_{m_R} s^{m_R} + \dots + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{s^{m_R} + c_{m_R-1} s^{m_R-1} + \dots + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}$$

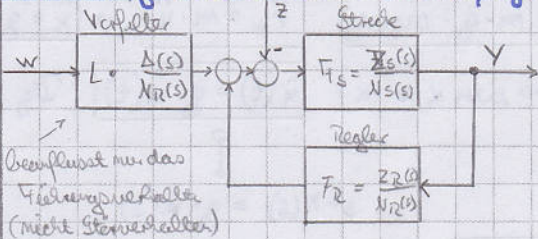
Anzahl der unbekannt. Reglerkoeffizienten $\frac{N_R}{m_R} + \frac{\text{Zähler } Z_R}{m_R + 1} = 2m_R + 1$ z.B. $m=2, m_R=2 \Rightarrow s^2 + \delta_2 s^2 + \delta_1 s + \delta_0 = ?$

Anzahl der Gleichungen (Koeffizientenvergleich) Anz. der Unbekannte = Anz. Gleichungen

=> $2m_R + 1 = m + m_R$ => $m_R \geq m - 1$ Für Reglerordnung um Eins kleiner als die

Streckengrad können alle Pole im RK vorgegeben werden.

Zustandsreglerstruktur (einschleifig)



ungewandt: - Regler in der Rückführung

- kein expliziter Soll- Istwert-Vergleich

- wie ZK mit Vorfaktor

Störverhalten / Stör-Übertragungsfunktion

$$F_Z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = - \frac{\frac{Z_S}{N_S}}{1 + \frac{Z_R}{N_R} \cdot \frac{Z_S}{N_S}} \stackrel{\substack{\text{- Übertragungsfkt.} \\ \text{+ Störgröße}}}{\Rightarrow}} F_Z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = - \frac{Z_S \cdot N_R}{\tilde{N} \cdot \Delta}$$

-> enthält die Vorgabe von \tilde{N} und Δ

Führung-Übertragungsfunktion

$$F_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = L \cdot \frac{Z_S(s)}{\tilde{N}(s)}$$

enthält nur die Pole \tilde{N} der geregelten

Strecke Führungsfaktor L (Skalar) für stationär genaues Führungsverhalten $F_W(s=0) = 1$

stationäres Verhalten am Sollwert $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) - y(t) = 0$

$$\Rightarrow L = \frac{\tilde{N}(s=0)}{Z_S(s=0)}$$

Beispiel: Zustandsregler für die Stange auf Wippe

$F_S(s) = \frac{z_s}{N_s} = \frac{1}{s^2}$ \leftarrow s geht einfach mit weg lassen $n=2$ Streckenerchnung \rightarrow benötigte Reglerordnung $m_{R2} = n-1 = 1$

Regleransatz $\bar{F}_R(s) = \frac{d_1 s + d_0}{s + c_0}$

Polvorgabe: (immer stabil - in linker s-Halbebene) $m=2$ $\tilde{N}(s) = (s+1)^2$ willkürlich

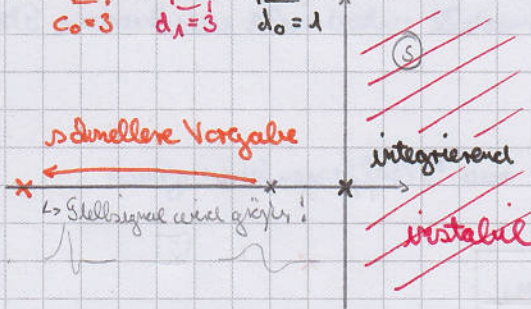
$m_{R2} = 1$ $\Delta(s) = s+1$

Entwurfsgleichung $\frac{d_1 s + d_0}{z_{R2}} + \frac{(s+c_0)}{N_R} \cdot \frac{1}{N_S} = \frac{(s+1)^3}{\tilde{N} \cdot \Delta}$

$s^3 + [c_0]s^2 + [d_1]s + [d_0] =$
 $s^3 + [3]s^2 + [3]s + [1]$
 $c_0=3$ $d_1=3$ $d_0=1$

$\Rightarrow \bar{F}_R(s) = \frac{3s+1}{s+3}$

Vorfaktor $L = \frac{\tilde{N}(s=0)}{z_s(s=0)} = \frac{1}{1} = 1$



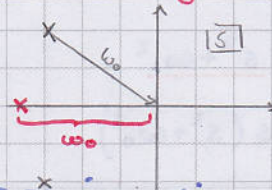
Entwurf: 1. Vorgabe Rk-Verhalten $\tilde{N} \Delta$

2. Berechnung des Regler z_{R2}, N_R

Klausuraufgabe: Übung 1 - Aufgabe 2 und Aufgabe 4

Entscheidend für die Funktion / Robustheit des ZR ist die Polvorgabe $\tilde{N} \Delta$

\Rightarrow Pol-NST-Diagramm des Strecke zeichnen



Vorgabe mit ähnlicher Dynamik regeln

\rightarrow ZR können häufig als als klassische Regler (PID) interpretiert werden \Rightarrow Neu ist die Entwurfsmethode nicht des Regler an sich. Der ZR ist im Steuerverhalten nicht stationär genau \Rightarrow ZR mit I-Anteil

2.2 Zustandsregler mit Störmodell

Bei Wahl einer Reglerordnung $m_{R2} > n-1$ können zusätzliche Bedingungen in den Regler eingebracht werden z.B. bestimmte NST im Reglernumerator vorgegeben werden.

ZR mit I-Anteil $z_R z_s + \frac{s \tilde{N}_{R2}}{N_R} \cdot \frac{1}{N_S} = \frac{\tilde{N}}{N} \Delta$ $\bar{F}_R(s) = \frac{z_R(s)}{s \tilde{N}_{R2}(s)}$
Reglerordnung $m_{R2} = m$ mit I-Anteil

Wappenbergbeispiel $F_S(s) = \frac{1}{s^2}$ $n=2$

Regleransatz: $\bar{F}_R(s) = \frac{d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{s(s+c_1)}$

$m_{R2} = 2 \Rightarrow$

$\tilde{N} = (s+1)^2$

$\Delta = (s+1)^2$ $m_{R2} = 2$

$\dots \bar{F}_R(s) = \frac{6s^2 + 4s + 1}{s(s+4)}$

$L = 1$

Führungs-Üpfkt: $F_w(s) = L \cdot \frac{z_s}{\tilde{N}} = \frac{1}{(s+1)^2}$

$F_w(0) = 1 \rightarrow$ stat. genau

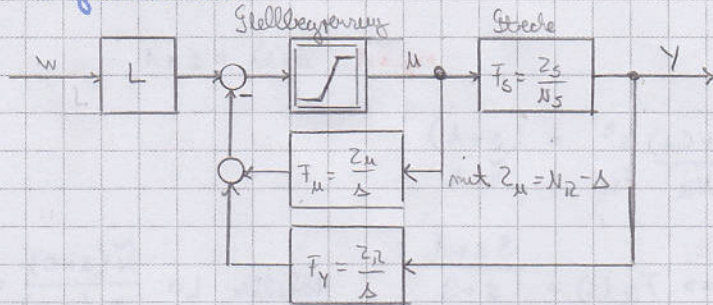
Stör-Üpfkt: $F_z(s) = -\frac{z_s N_R}{\tilde{N} \Delta} = -\frac{s(s+4)}{(s+1)^4}$

$F_z(0) = 0 \rightarrow$ stat. genau

Die Stellbegrenzung und der Regler - I - Anteil wirken häufig ungünstig zusammen

=> Windup - Problematik

Abhilfe: Zweischleifige Reglerstruktur, in der das Wissen um die Stellgrenzen im ZR eingebaut ist



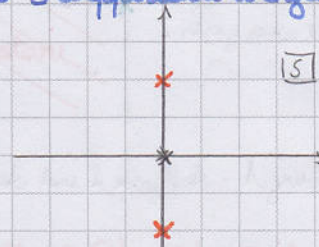
=> Diese Struktur ist integrall. besser zur Realisierung geeignet

Verallgemeinerung des I-Anteils -> ZR mit Störmodell unterdrückt verschiedene Störsignalformen

$$Z_R Z_S + \overbrace{N_{RZ} \cdot N_{RZ}}^{N_{RZ}} \cdot N_S = N \Delta$$

Das Polynom des Störsignals Restnum. ergibt sich aus 3 Koeffizientenvergleich

Störsignal	Char. Pol. $N_{RZ}(s)$	Ordnung m_2
Sprung	s (I-Anteil)	1
Rampe	s^2	2
Sinus	$s^2 + \omega_0^2$	2
Sinus mit Mittelwert	$s(s^2 + \omega_0^2)$	3



Benötigte Reglerordnung $m_{RZ} = m - 1 + m_z$

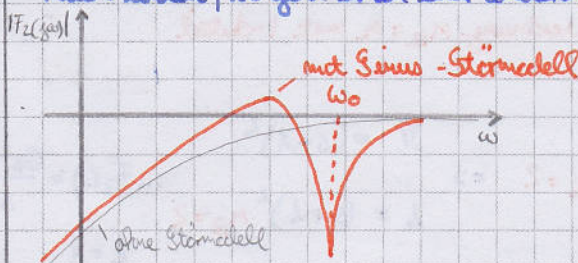
Regleransatz $F_{RZ}(s) = \frac{Z_{RZ}}{N_{RZ} \overline{N_{RZ}}}$

Beispiel: Sinus - Störmodell Nach einem Einschwingvorgang wird die Sinusstörung vom Regler komplett unterdrückt. Die Amplitude, Phasenlage und Angriffspunkt der Störung müssen nicht bekannt sein.

Einem sinusförmigen Führungssignal wird nach Einschwingen exakt gefolgt.

Wichtig: Zu hohe Störmodellordnung im Regler hat negative Auswirkungen...

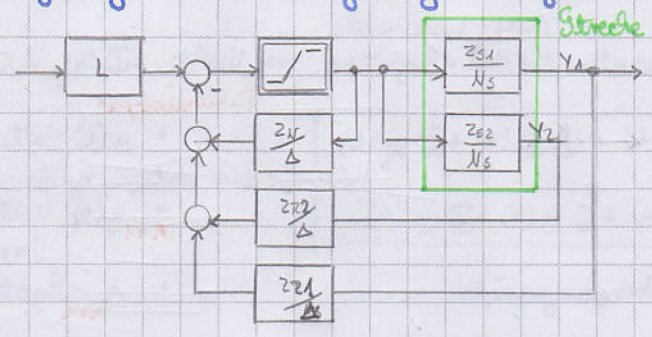
Es gibt einen „Wasserbett - Effekt“ d.h. drückt man dem Störfrequenzgang an einer Frequenz nach unten, so geht er an einer anderen Frequenz nach oben.



2.3 ZR bei zwei Messgrößen

Die Verwendung der zweiten Messgröße erlaubt 1 die Verbesserung des Störverhaltens (wie bei Blasradenregelung) 2 die Vereinfachung der Reglerordnung

Struktur:



Entwurfsgleichung: $z_{R1} z_{s1} + z_{R2} z_{s2} + N_{R2} N_s = \tilde{N} \Delta$

Regleransatz: $F_{R1} = \frac{z_{R1}}{N_{R1}}$ $F_{R2} = \frac{z_{R2}}{N_{R2}}$

Die Nenner von Regler und Strecke werden in beiden Branchen gleich angesetzt!

Reglerordnung: $m_{R2} \geq \frac{m_s}{2} - 1$

VorfILTER: $L = \frac{\tilde{N}(s=0)}{z_{s1}(s=0)}$, wenn Y_1 die Regelgröße ist

$L = \frac{\tilde{N}(s=0)}{z_{s2}(s=0)}$, wenn Y_2 die Regelgröße ist

Ein Störmodell wird in jedem Branch angesetzt $m_{R2} \geq \frac{m_s + m_w}{2} - 1$

Regler ohne Durchgriff $F_{R2}(s) = \frac{d_1 s + d_0}{s(s+z_1)}$ (man hat ein Totzeit)

2.4 Zusammenfassung und Bewertung

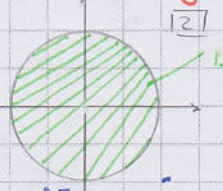
- Der ZR ist ein linearer Regler, der die freie Angabe aller Pole im ZK erlaubt.
- Für eine Reglerordnung $m_{R2} > n - 1$ können im Reglernumerator gezielt Nullstellen vergeben werden zur Störunterdrückung (ZR mit Störmodell)

Zeitdiskrete Regelung Die Entwurfsgleichung $z_{R2}(z) \cdot z_s(z) + N_{R2}(z) N_s(z) = \tilde{N}(z) \cdot \Delta(z)$

gilt genauso in Zeitdiskreten. $z_s(z)$ und $N_s(z)$ erhält man durch sprungunveränderte

Transformation der kontinuierlichen Strecke $\tilde{F}_S(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{L} \{ \mathcal{L}^{-1} \{ \tilde{F}_S(s) \cdot \frac{1}{s} \} \}$

stabile Polvorgabe für $\tilde{N}(z) \cdot \Delta(z)$ in der z-Ebene



Stabilitätsgebiet

kontinuierliche Polvorgabe mit $z_{\infty} = e^{s_{oo} \cdot T_{ab}}$ umrechnen

Abstrakt

Entscheidend sind sinnvolle Polvorgaben in \tilde{N} und Δ :

- Orientierung an der Dynamik der Strecke
- Stellgröße aufreichten
- Dynamisvorgabe so, dass Stellsignal ausgenutzt wird
- Schnelle Regler verstärken Resonanzchen im Stellsignal
- > Dynamikvorgabe so, dass Stellsignal rauschen akzeptabel

Eignung des Blockmodells, Bellbegrenzung und Messrauschen bei der Erfassung der Regelgröße begrenzen die erreichbare Regelgüte / Dynamik.

31.10.14

3) Zustandsrückführung / darstellen

Multiple Input Multiple Output

eines linearen zeitvarianten MIMO-Systems \Rightarrow Vektor-DGL 1. Ordnung

Zustands-Dgl. $\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$
 Ausgangs-Gl. $y(t) = C x(t) + D u(t)$

Dimension $p \times 1$

$u(t)$ Vektor der p Eingangsgroßen

$x(t)$ Vektor der n Zustandsgrößen (n : Systemordnung)

A System- / Dynamikmatrix

B Eingangsmatrix

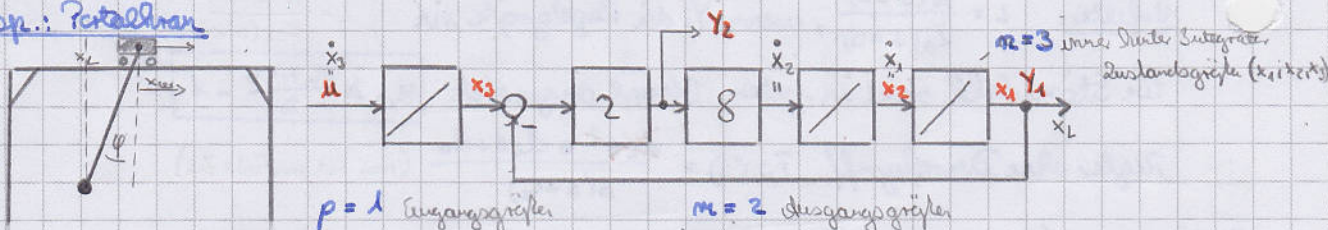
$y(t)$ Vektor der m Ausgangsgroßen

C Ausgangsmatrix

D Durchgriffmatrix bei den meisten Strecken gilt $D=0$

Die Zustandsdarstellung (ZD) besteht aus Zustands-DGL und Ausgangs-Gl

3.1 Bsp.: Pendelhan



$p=1$ Eingangsgroßen

$m=2$ Ausgangsgroßen

kleine direkte Einwirkung von u auf x_1

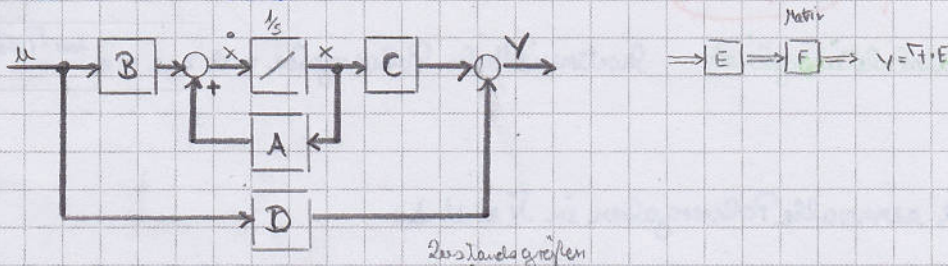
Zustands-Dgl. $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

Prüfung: das BSB Matrizen aufstellen

Ausgangs-Gl.: $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$

Zusätzlich ein Teilschaltbild die ZD den inneren Aufbau des Systems. Die ZD eines Systems ist nicht eindeutig, da die Wahl / Nomenklatur der Zustandsgrößen frei ist

Blockschaltbild der ZD



Was ist eine Zustandsgröße? ZG sind die Speichergrößen des Systems z.B. - Spannung an Kapazität, Strom an Induktivität, Position / Geschw. einer Masse.

Das Zustandsvektor x_0 beschreibt den vollständigen Systemzustand zu einem Zeitpunkt

\Rightarrow zur Berechnung des Zeitverhaltens wird keine Vorgeschichte mehr benötigt. Anzahl der ZG =

= Systemordnungen. alle Integrationsgänge im BSB als ZG wählen.

ZD aus der Dgl. bestimmen

Beispiel: $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 3u(t)$

$\rightarrow y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ Wellenfunktion
 $\dot{y} = \dot{x}_1 = x_2$ Wellenfunktion
 $\ddot{y} = \dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + 3u$

zustands. Dgl. $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}}_B u$
 $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{0}_D u$

3.2 Lösung der Zustands-Dgl. kommt nicht in Prüfung dran

stationäre Lösung $x(t) = 0 \rightarrow 0 = Ax_{\infty} + Bu_{\infty}$ A evtl. nicht invertierbar

dynamische Lösung $x(t) = e^{A \cdot t} x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) d\tau$
homogene Lsg partikuläre Lösung
 Wirkung des Anfangswertes $x(0)$ \Rightarrow Faltung der Impulsantwort mit dem Eingangssignal

$\phi(t) = e^{A \cdot t}$ heißt Transitionsmatrix / Übergangsmatrix

3.3 Berechnung der Übertragungsmatrix

$\mathcal{L} \circ \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$
 $sX(s) = A \cdot X(s) + B U(s)$

Anfangswerte Null! \rightarrow sonst nicht lösbar

$s(I - A)X(s) = B U(s)$

$X(s) = (sI - A)^{-1} B U(s)$

Matrix von Übertragungsfunktion

$Y(s) = C X(s) + D U(s) = [C (sI - A)^{-1} B + D] U(s) \Rightarrow \bar{F}(s) = C (sI - A)^{-1} B + D$

Beispiel: Partialbruch

$\bar{F}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
 $\bar{F}(s) = C (sI - A)^{-1} B + D$

$\bar{F}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s-1 & 0 \\ 16 & s-16 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{s^3 + 16s} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 16 & 16s & s^2 + 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 \\ 16s \\ s^2 + 16 \end{bmatrix}}{s^3 + 16s} = \begin{bmatrix} \frac{16}{s(s^2 + 16)} \\ \frac{2s^2}{s(s^2 + 16)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}$
 $\det(sI - A)$
 $=$ lieft aus Gestpositions
 $=$ lieft aus Pendelwinkel

\rightarrow Nur bei v-Änderung ändert sich Schwingen
 $=$ das gleiche wie Streckenbeland

Eigenwerte des Systems

$\det(s_{\infty} I - A) = 0 \Leftrightarrow N_S(s_{\infty}) = 0$

Verzweigungsmenge der Nennernullstellen aller Teilvertragungsflten

Methoden EW - Pol $\bar{F}_S = \frac{(s+2)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$ \rightarrow EW: $s_{\infty 1} = -1$ $s_{\infty 2} = -2$ $s_{\infty 3} = -3$
 Pole: $s_{p1} = -1$ $s_{p2} = -3$

Stabilität alle EW $\text{Re}\{s_{\infty i}\} < 0 \forall i$

Invariante NST

$$\det \begin{pmatrix} sI - A & -B \\ C & D \end{pmatrix} = 0$$

$\begin{matrix} m \times m & m \times p \\ m \times m & m \times p \end{matrix}$
 $(m+m) \times (m+p)$

mer quadratisch, wenn Anzahl der Eingänge = Anzahl der Ausgänge ($m=p$). Die NST s_0 hängen von allen was

$P(s_0)$ = Rosenbrock-Matrix Matrizen A, B, C, D ab.

Nullstellen hängen von gewählten Ein- und Ausgang ab

Für Eingangs-/Ausgangssysteme $m=p=1$

$$\det \begin{pmatrix} s_0 I - A & -b \\ e^{T_i} & d \end{pmatrix} = F(s_0) = 0$$

$\begin{matrix} m \times m & m \times 1 \\ 1 \times m & 1 \times 1 \end{matrix}$
 $(m+m) \times (m+1)$

Annotations:
 - nur ein Zeiler \rightarrow Same det
 - Beobachtbar wenn nur eine Spalte
 - Γ heißt nicht Transponiert sondern nur eine Zeile

ergeben sich die Nullstellen der δ fkt

Für MIMO-Systeme mit $m=p$

$$\det \begin{pmatrix} s_0 I - A & -B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(\bar{I}(s_0)) = 0$$

ergeben sich die NST

des Determinanten der Übertragungsmatrix

\rightarrow Rosenbrockmatrix

Blausaufgabe i/A1 | 12 (1-3)

2.12.14

3.4 Normalformen der Zustandsdarstellung

Zustandstransformationen (ZD ist nicht eindeutig)

x_T neuer } Zustandsvektor
 x alter }

$$x = \Gamma x_T \quad | \quad \Gamma \text{ invertierbare } \Gamma \text{ Transformationsmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad y = Cx + Du$$

$$\dot{x}_T = \underbrace{\Gamma^{-1} A \Gamma}_{A_T} x_T + \underbrace{\Gamma^{-1} B}_{B_T} u \quad y = \underbrace{C \Gamma}_{C_T} x_T + \underbrace{D}_{D_T} u \quad \text{neue ZD}$$

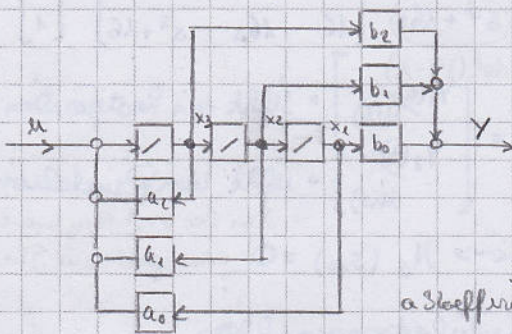
alle Eigenschaften bleiben gleich: Eigenwerte, NST, δ fkt, Steuer-/Beobachtbarkeit

δ fkt nur ZD umwandeln \Rightarrow Normalformen

$$F(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

① Der Differenzgrad (hier $3-2=1$) beschreibt die minimale Integrationszahl auf dem Weg vom Eingang u zum Ausgang y

1. Regelungsnormalform (immer vollständig steuerbar)



$$A_{\bar{R}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}$$

② Frobenius-Matrix

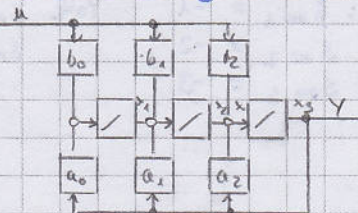
$$\det(sI - A) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [b_0 \ b_1 \ b_2] \quad D = 0$$

a Steffrierten Layer EW fest

2. Beobachtungsnormalform (immer vollständig beobachtbar)



$$A_{\bar{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} = \bar{A}_{\bar{R}}^T$$

$$\bar{B}_{\bar{B}} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \bar{C}_{\bar{R}}^T$$

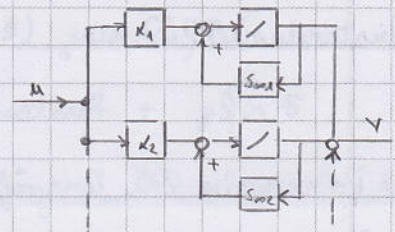
$$\bar{C}_{\bar{B}} = [0 \ 0 \ 1] = \bar{I}_{\bar{R}}$$

Die BNF und RNF sind zueinander dual.

3. Diagonalform / Normalform für einfache Eigenwerte

$$\bar{F}_S(s) = \frac{\alpha_1}{s-s_{01}} + \frac{\alpha_2}{s-s_{02}} + \frac{\alpha_3}{s-s_{03}}$$

$$A = \begin{bmatrix} s_{01} & 0 & 0 \\ 0 & s_{02} & 0 \\ 0 & 0 & s_{03} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1 \quad 1]$$



3.5 Steuerbarkeit

Def.: Ein System ist vollständig steuerbar, wenn es durch einen Steuervektor $u(t)$ von einem beliebigen Anfangszustand x_0 in einen beliebigen Endzustand x_e gebracht werden kann d.h. $u(t)$ kann jede Zustandsgröße beeinflussen.

Kriterium: Die Steuerbarkeitsmatrix $Q_S = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$ muss vollen Rang n besitzen.

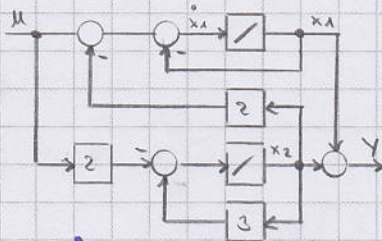
Ansonsten liegt ein Steuerbarkeitsdefekt entsprechend dem Rangdefekt vor.

=> Nicht steuerbare EW können durch eine Zustandsrückführung nicht verschoben werden.

-> hilft berechnen - nicht steuerbare EW lassen sich gegen Not herausheben

Beispiel

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & +3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1]$$



$$Q_S = \begin{bmatrix} B & A \cdot B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{bmatrix} \quad \text{voller Rang?} \rightarrow \det(Q_S) = 0$$

-> Ein EW ist nicht steuerbar? Welcher?

-> hilft berechnen $F(s) = C(s \cdot I - A)^{-1} B = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} s+1 & 2 \\ 0 & s-3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{[1 \quad 1]}{(s+1)(s-3)} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(s+1)(s-3)} \begin{bmatrix} s-2 \\ s-1 \end{bmatrix}$

$\bar{F}(s) = \frac{s-3-2(s-1)}{(s+1)(s-3)} = \frac{-(s+1)}{(s+1)(s-3)}$ Der EW $s_{01} = -1$ ist nicht steuerbar.

Beobachtbarkeit

Def.: System ist vollst. beobachtbar, wenn jeder Anfangszustand x_0 aus Messungen des Ausgangssignals $y(t)$ bestimmt werden kann. => jede Zustandsgröße z_i beeinflusst den Ausgang $y(t)$

Kriterium: Die Beobachtbarkeitsmatrix $Q_B = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ C \cdot A^2 \\ \vdots \\ C \cdot A^{n-1} \end{bmatrix}$ muss vollen Rang aufweisen.

Voraussetzung für den Entwurf des Zustands beob. defekt ergibt sich auch eine PN-Störung in der hilft.

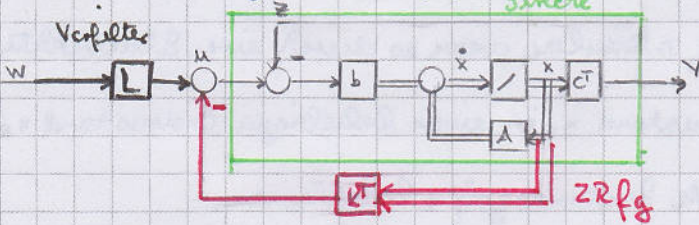
Steuerbarkeit + Beobachtbarkeit } Regelbarkeit

④ Zustandsrückführung (ZRFg)

ZRFg + Zustandsbeobachter = Zustandsregler

4.1 Polvorgabe bei Eingrößensystemen

Durch proportionale ZRFg jeder Zustandsgröße kann das charakteristische Polynom eines steuerbaren Systems vorgegeben werden.



Strecke $\dot{x} = Ax + bu - bz$
 ZRFg + Vorfilter $u = -k^T x + Lw$
 $\dot{x} = Ax + b(-k^T x + Lw) - bz$
 $\dot{x} = (A - bk^T)x + bLw - bz$

\tilde{A} neue Systemmatrix der Strecke mit ZRFg

Berechnung des Rückführungsgewinns k^T

$$\det(sI - \tilde{A}) = \det(sI - A + bk^T) \stackrel{!}{=} \tilde{N}(s)$$

gegeben

$$k^T = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$$

gegeben: Strecke A, b ; Vorgabepolynom $\tilde{N}(s)$; Ordnung n

gesucht: k^T proportionale Zustandsrückführung

=> Berechnung über Koeffizientenvergleich

Berechnung von Führungs- / Störübertragungsfkt

$$\rightarrow sX(s) = (A - bk^T)X(s) + b \cdot L \cdot W(s) - b \cdot Z(s)$$

$$(sI - A + bk^T) X(s) = b \cdot L \cdot W(s) - b \cdot Z(s)$$

$$Y(s) = c^T X(s) = c^T (sI - A + bk^T)^{-1} (bLW(s) - bZ(s))$$

$$F_w(s) = L \cdot \frac{Z_s(s)}{\tilde{N}(s)} = \frac{Y(s)}{W(s)} = c^T (sI - A + bk^T)^{-1} b \cdot L \rightarrow \text{Wie Z-Regler im Frequenzbereich}$$

Vorfilter L für stationäre Genauigkeit $\rightarrow F_w(s=0) \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow c^T (-A + bk^T)^{-1} bL = 1$

$$\hookrightarrow L = [c^T (-A + bk^T)^{-1} b]^{-1} = \frac{\tilde{N}(0)}{Z_s(0)}$$

$$\bar{F}_z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = c^T (sI - A + bk^T)^{-1} b = \frac{Z_s(s)}{\tilde{N}(s)} \rightarrow \text{Besseres Störverhalten als ZR im f-Bereich, da keine Beobachter erforderlich}$$

Bemerkungen: - ZRFg entspricht einer vielfach - überhöhter - Regelung mit P-Reglern \rightarrow die Reglerrechnung ist Null!

- bei Realisierung müssen alle Zustandsgrößen gemessen werden \rightarrow kann durch Zustandsbeobachter (später) umgangen werden

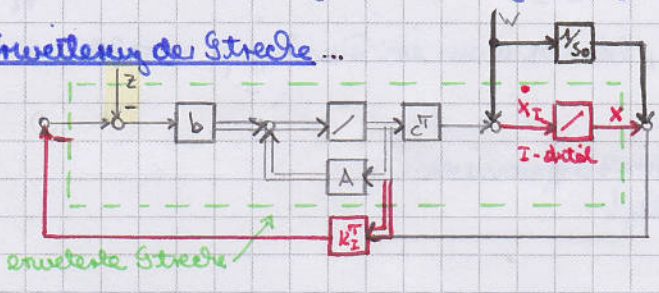
- ZRFg mit Matlab berechnen $k = \text{place}(A, b, \text{Pollegen})$

4.2 ZIFG mit I-Detail

-> Integrierte für w-y einführen
 -> ZD der Strecke um Integrierte erweitern und ZIFG für erweiterte Strecke berechnen

Ziel: konstante Störungen vollständig ausregeln

1. Erweiterung der Strecke...



... um einen Integrierte für $x_I = w - y$

ZD der erweiterten Strecke

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -\beta & 0 \end{bmatrix}}_{A_I} \begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_I} (u-z) + \begin{bmatrix} -b \frac{k_I^T}{s_0} \\ 1 \end{bmatrix} w$$

2. Mit dem Block $1/s_0$ wird in die Führungs-Liège eine NST bei $-s_0$ eingebracht. Mit ihr kann ein Vorgabepol in $F_w(s)$ gehängt werden.

3. Berechnung des Z-IFG K_I^T für die erweiterte Strecke

$$\det \left(sI - \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -\beta & 0 \end{bmatrix}}_{A_I} + \underbrace{\begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_I} K_I^T \right) = \tilde{N}_I(s)$$

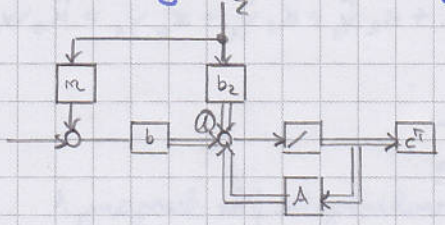
$$\rightarrow \bar{F}_w(s) = \frac{s+s_0}{\tilde{N}_I(s)} \cdot \frac{N_I(0)}{s_0} \quad \bar{F}_w(s=0) = 1$$

$$\bar{F}_z(s) = -\frac{k_I^T s}{\tilde{N}_I(s)} \quad \bar{F}_z(s=0) = 0$$

Klausuraufgabe Übung 3 (A2, A3)

4.3 Störgrößenaufschaltung für SISO-Systeme müht in Prüfung

Voraussetzung: mesurable Störung z



Störgrößenaufschaltung m so auslegen, dass die Störung am Additionspunkt ① kompensiert wird

$$\rightarrow \underline{b}_z + n \cdot \underline{b} = 0 \rightarrow n$$

=> erzielt nur möglich, wenn \underline{b} und \underline{b}_z gleiche Richtung aufweisen. Bester Lösung im

Seine minimalen quadratischen Fehler: $n = -(\underline{b}^T \underline{b})^{-1} \underline{b}^T \underline{b}_z$

4.4 Polvorgabe bei Mehrgrößensystemen

-> Polvorgabe alleine reicht nicht mehr zur Festlegen von K-Friedatsgrade!
 => Entkopplung nach Fall-Asolovsch (dynamisch)

Definition: Mehrgrößensystem (MIMO): Es sind mehrere Stellgrößen und mehrere Regelgrößen vorhanden

Bsp: Wassermischer mit Warm- und Kaltwasserhahn -> 2 Stellgrößen (Warm/Kalt)
 -> Regelgrößen - Gesamtenergiefluss
 - Mischtemperatur

=> Ertritten Kopplungen auf, die getrennte Regler nicht beseitigen

Ziel: Entkopplung durch ZIFG -> ZIFG mit 2 Stellgrößen und 3 Zustandsgrößen

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \end{bmatrix}}_{K \rightarrow 6 \text{ Elemente}} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

-> Ertritten mehr Friedatsgrade auf die zur Polvorgabe nötig sind

Stationäre Entkopplung $\bar{F}_w(s=0) = \begin{bmatrix} \bar{F}_{w11}(s=0) & \bar{F}_{w12}(s=0) \\ \bar{F}_{w21}(s=0) & \bar{F}_{w22}(s=0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\underline{L} = [c(-\lambda + \beta K)^{-1} \beta]^{-1} \rightarrow \text{matrixielles Vorgehen für stationäre Entkopplung}$$

Dynamische Entkopplung nach Fall 2 (Kolomna)

Strecke mit 2 Stellgrößen und 2 Ausgangsgrößen

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y_1 = c_1^T x$$

$$y_2 = c_2^T x$$

1. Ausgang y_1 solange differenzieren, bis vor u aus ein Durchgriff entsteht

$$\dot{y}_1 = c_1^T \dot{x} = c_1^T Ax + c_1^T Bu$$

$\stackrel{=0}{=} \rightarrow$ nochmal differenzieren
 $\neq 0 \rightarrow$ fertig!

$$\ddot{y}_1 = c_1^T A \dot{x} = c_1^T A^2 x + c_1^T A B u$$

$$y_1^{(\delta_1)} = c_1^T A^{\delta_1} x + c_1^T A^{\delta_1-1} B u$$

$\neq 0 \rightarrow$ fertig!

δ_1 ist der Differenzierungsgrad zum Ausgang y_1
denselben für y_2

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\delta_1)} \\ y_2^{(\delta_2)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_1^T & A^{\delta_1} \\ c_2^T & A^{\delta_2} \end{bmatrix}}_{A^* (2 \times 4)} x + \underbrace{\begin{bmatrix} c_1^T A^{\delta_1-1} \cdot B \\ c_2^T A^{\delta_2-1} \cdot B \end{bmatrix}}_{D^* (2 \times 2)} u \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix}$$

2. Entkoppelbar, wenn D^* regulär \rightarrow Gleichung nach u auflösen $u = (D^*)^{-1} (\bar{u} - A^* x)$ (1)

\rightarrow dieses Signal führt auf zwei entkoppelte Integrierketten: $\bar{u}_1 = y_1^{(\delta_1)}$

$$\bar{u}_2 = y_2^{(\delta_2)}$$

3. Stabilisierung der Integrierketten $y_1^{(\delta_1)} + \dots + \kappa_2 \ddot{y}_1 + \kappa_1 \dot{y}_1 + \kappa_0 y_1 = \tilde{\kappa}_0 w_1$

Führungs-Implik: $F_w(s) = \frac{\tilde{\kappa}_0}{s^{\delta_1} + \dots + \tilde{\kappa}_2 s^2 + \tilde{\kappa}_1 s + \tilde{\kappa}_0}$
 $\hat{=} \tilde{N}_1(s)$ Dynamübergabe für Ausgang 1

auflösen nach \bar{u}_1

$$\rightarrow \bar{u}_1 = \tilde{\kappa}_0 w_1 - \tilde{\kappa}_0 y_1 - \tilde{\kappa}_1 \dot{y}_1 - \tilde{\kappa}_2 \ddot{y}_1 - \dots$$

(Zustandsgrößen einsetzen)

$$\bar{u}_1 = \tilde{\kappa}_0 w_1 - \tilde{\kappa}_0 c_1^T x - \tilde{\kappa}_1 c_1^T A x - \tilde{\kappa}_2 c_1^T A^2 x - \dots = \tilde{\kappa}_0 w_1 - c_1^T [\tilde{\kappa}_0 I + \tilde{\kappa}_1 A + \tilde{\kappa}_2 A^2 + \dots] x$$
 (2)

Diese äußere ZRfg stabilisiert die 1. Integrierkette. Ebenso für y_2 (3)

Gleichungen (2) und (3) in (1) einsetzen

\Rightarrow Eine ZRfg mit w_1 und w_2 als Eingänge, die dynamisch entkoppelt und stabile Pole ergibt

11.11.14

4.5 Optimale Zustandsrückführung (keine Aufgabe in der Prüfung)

= Linear quadratische (LQ-) Regelung im SISO-Fall

Aufgabenstellung: Eine Strecke mit Anfangsbedingungen $x_0 \neq 0$ soll in den Punkt $x=0$ gesteuert werden.

Gesucht ist der optimale Stellsignalverlauf $u_{opt}(t)$ der das Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} [q y^2(t) + u^2(t)] dt$$

$q > 0$ umso größer $q \rightarrow$ umso schneller
minimal unter Einhaltung der Nebenbedingungen $\dot{x} = Ax + Bu$
 $y = c^T x$

Das Gütefunktional stellt eine Abwägung zwischen Schnelligkeit und Stellenergie dar

Großes q macht die Steuerung schnell benötigt aber dafür große Stellsignale
↳ q klein, schnell

Lösung im Zeitbereich mit Variationsrechnung

$$u_{opt}(t) = -b^T \cdot P \cdot x(t) = -k^T x(t)$$

mit P als Lösung der algebraischen Riccati-Gl.:

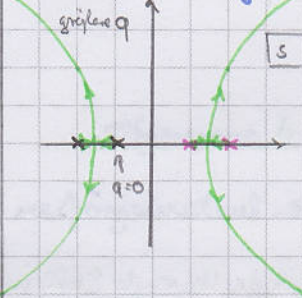
$$P \cdot \lambda + \lambda^T P - P b b^T P + C^T q C = 0$$

=> Lösung ist eine zeitlich konstante Zustandsrückführung!

Lösung im Frequenzbereich Die LQ-Regler gibt die Pole auf den stabilen Ästen der Wurzel-

kurve zur Gl.

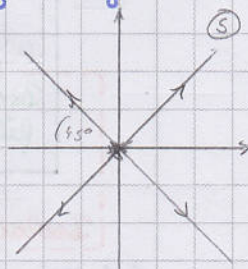
$$\lambda + q \cdot \sqrt{s} \cdot \bar{F}_s(s) = 0 \quad \text{vor. } 0 \leq q \leq \infty$$



Bemerkungen: • Bei LQ-Regler kann immer in eine äquivalente Polvorgabe umgerechnet werden.

• Diese Polvorgabe ist ein sinnvoller Vorschlag zur Vorgabe der Dynamik der geregelten Strecke im $\bar{N}(s)$

- ↳ - kleine q : kleine robuste Regelung mit kleinen Stellsignalen
- große q : schnelle Regelung, große Stellsignale



Lösungsaufgabe WS Aufgabe 1

$$\bar{F}_s = tf(1, [1 \ 0 \ 0]); \quad n \text{ locus } (\bar{F}_s \times \bar{F}_s')$$

4.X Exakte Linearisierung / Ein- / Ausgangs-Linearisierung (Beiblatt!)

für eine Strecke ihre Nulldynamik in nichtlinearer Regelungsgesetzform

Differenzierungsgrad $\delta \leq n$ (Systemordnung)

1.) Das Ausgang y n -mal zeitlich differenzieren, bis sich ein Durchgriff des Stellsignals ergibt:

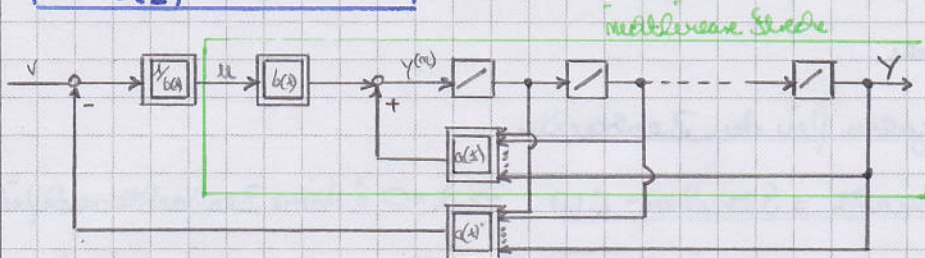
$$y^{(n)} = a(x) + b(x) \cdot u$$

n -te Ableitung der Ausgangsgröße

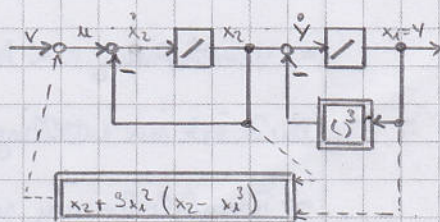
2.) Die n -te Ableitung durch den neuen Eingang v vorgeben

$$v = y^{(n)} = a(x) + b(x) \cdot u \rightarrow \text{auflösen nach } u$$

$$u = \frac{1}{b(x)} \cdot (v - a(x)) \quad \text{Regelgesetz für exakte Linearisierung}$$



3.) Es ergibt sich eine lineare Kette von n Integriern, die meist stabilisiert werden muss



Beispiel nichtl. System in RNF bringen

$$\text{mit } \dot{x}_2 = u - x_2 \\ x_1 = x_2 - x_1^3$$

1) Ausgang wiederholt differenzieren $\dot{y} = x_2 - x_1^3 \rightarrow \ddot{y} = \dot{x}_2 - 3x_1^2 \dot{x}_1$

$$\rightarrow \ddot{y} = u - x_2 - 3x_1^2 (x_2 - x_1^3) \quad \text{exakte linearisiertes Regelgesetz}$$

$$2) u = \ddot{y} + x_2 + 3x_1^2 (x_2 - x_1^3)$$

⑤ Zustandsbeobachtung

5.1 Einheitsbeobachter (= Beobachter nullter Ordnung, Gensberger-B)

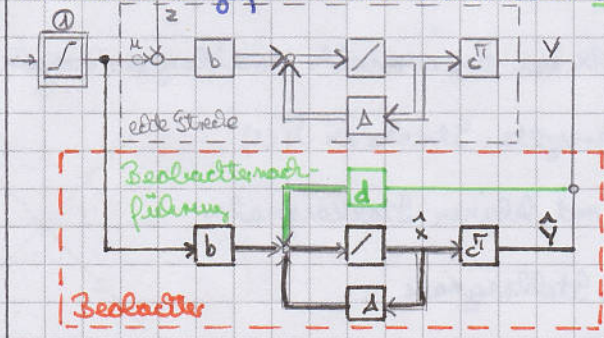
Motivation: Nicht alle ZG kann/will man messen: - Kosten für Sensoren, - Messerdruck nicht zugängliche Größen

Ziel des Beobachters: Schätzwerte \hat{x} für alle ZG liefern.

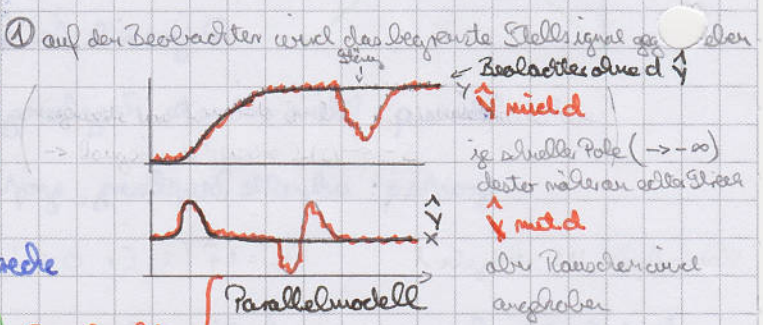
1. Parallelmodell um Strecke mit gleichen Eingang u aufbauen

=> durch Störungen z , unterschiedliche Anfangswerte und Modellfehler entstehen Beobachtungsfehler $\epsilon = x - \hat{x}$

2. Beobachtungsfehler werden durch die Beobachter nachführung d ausgeglichen



\hat{x} Vektor der geschätzten Zustandsgrößen



Gleichungen: ① $\dot{x} = Ax + bu - bz$ Strecke

② $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + dc^T(x - \hat{x})$ Beobachter

Dgl. des Beobachtungsfehlers $\epsilon = x - \hat{x}$

① - ② $\dot{\epsilon} = A(x - \hat{x}) - dc^T(x - \hat{x}) - bz$ $\dot{\epsilon} = (A - dc^T)\epsilon - bz$

=> Vom Stellsignal u aus wird kein Beobachtungsfehler angeregt aber von der Störung z aus. Die B-Fehler hängen mit der Dynamik der Eigenwerte von $A - dc^T$ ab.

Dynamikvorgabe für den Beobachter $\det(sI - A + dc^T) \stackrel{!}{=} \Delta(s)$

$\Delta(s)$ Wunschpolynom der B-Dynamik -> B-Nachführung d durch Koeffizientenvergleich bestimmen.

Externe Dynamikvorgaben für den Beobachter

- Beobachter-Eigenwerte = Strecken-EW -> $d=0 \hat{=}$ keine Beobachternachführung. B. wird zum Parallelmodell \oplus kein Messrauschen im \hat{x} \ominus keine Reaktion auf Störungen
- Schnelle B. (Beobachter EW schneller als Strecken EW) B. wird zum differenzierten Filter => Verstärkung von Messrauschen

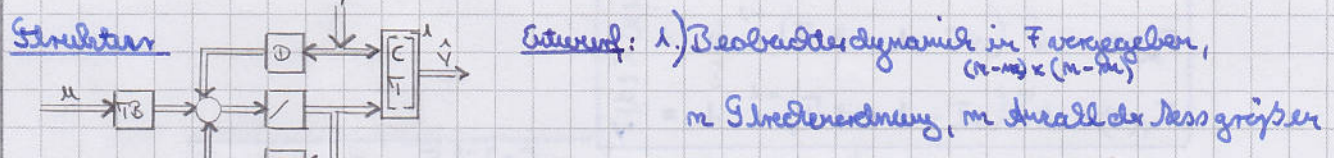
Der B. ist ein intelligentes Filter - Modellwissen wird mit den Messungen verknüpft.

=> Rauchüberprüfung von Messgrößen ohne Phasenaufhebung

- liefert Schätzwerte für nicht messbare Systemgrößen
- der Beobachterentwurf ist "dual" zum Entwurf der Z.Fg. $A \rightarrow A^T$ $B \rightarrow C^T$ Matlab: d=place(A, c', B, pole)
- z. B. zur Sensordatenfusion - Beispiel: Sensoren für Beschleunigung & Position $\rightarrow B$ liefert A Schätzwerte für die Geschwindigkeit

5.2 Reduzierte Beobachter

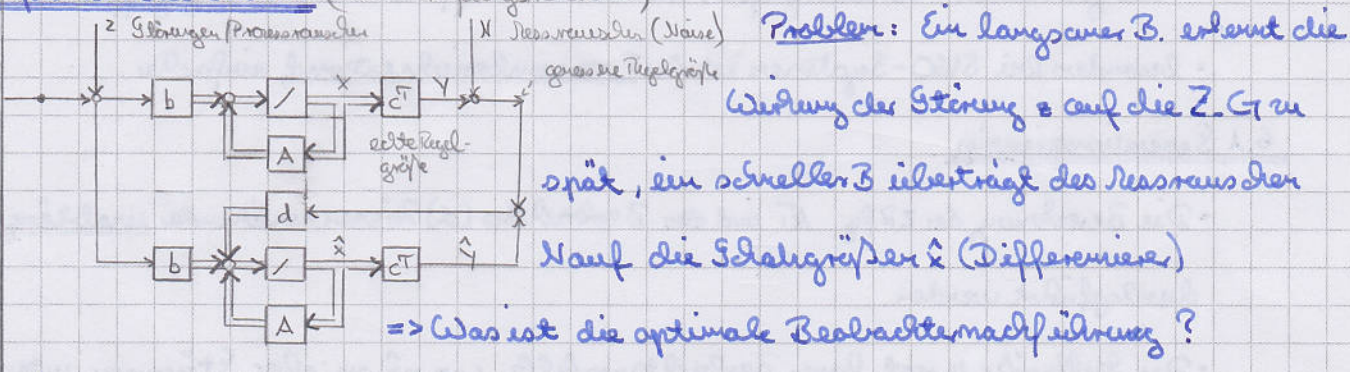
Der Einheitsbeobachter rekonstruiert (schätzt) auch in der Messung schon enthaltene Z.G.
 \Rightarrow Ordnungsreduktion möglich



Beispiel: $n=3, m=1$ $\Delta(s) = (s+4)(s+5) = s^2 + 9s + 20$ $\rightarrow F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -9 \end{bmatrix}$
wie Regelmatrixform

- 2.) D willkürlich wählen (! vollen Rang! $\rightarrow \neq 0$)
 $(n-m) \times m$
 - 3.) F aus der Gleichung $F^T A - F^T = D \cdot C$ berechnen
 $(n-m) \times m$
- \Rightarrow x darf keine Beobachtungsfehler anregen

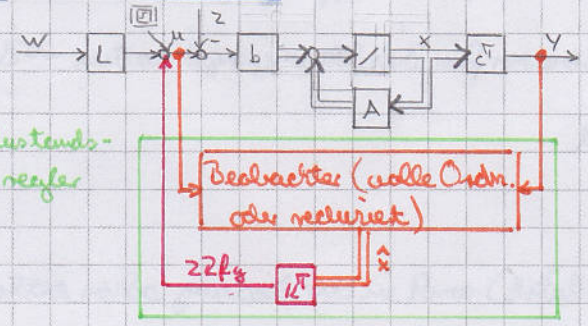
5.3 Optimaler Beobachter (nicht Prüfungsrelevant)



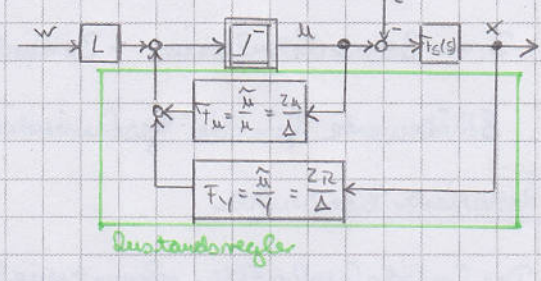
Ziel ist eine minimale Schätzfehlervarianz in \hat{x} .
 Annahme: z und N sind mittelwertfreie weiße unkorrelierte Rauschsignale. Die Lösung ist ein LQ-Regler dualer optimaler Beobachter $A \rightarrow A^T$ $B \rightarrow C^T$. Der optimale B. ist identisch mit dem stationären Kalmanfilter.

⑥ Gesamtsystem Bestandnichterführung + Beobachter Zustandsregler

Zeitbereichsstruktur



Frequenzbereichsstruktur



Zusammenhang Zeit -> Frequenzbereich (vollständiger Beobachter, ohne Störmodell)

$$F_u(s) = k^T (sI - A + d c^T)^{-1} b = \frac{Z_u}{\Delta}$$

$$F_y(s) = k^T (sI - A + d c^T)^{-1} d = \frac{Z_y}{\Delta}$$

reduzierter Beobachter

$$F_u(s) = \frac{Z_u}{\Delta} = k^T \begin{bmatrix} c \\ \tau \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (sI - F)^{-1} \tau b \end{bmatrix}$$

$$F_y(s) = \frac{Z_y}{\Delta} = k^T \begin{bmatrix} c \\ \tau \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (sI - F)^{-1} d \end{bmatrix}$$

Ordnung $n_{\tau} = n - 1$

=> Der Frequenzbereichsentwurf verwendet grundsätzlich einen reduzierten Beobachter

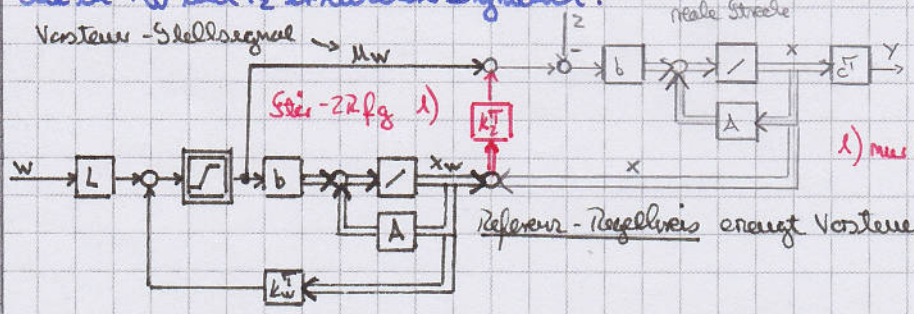
- beim Frequenzbereichsentwurf werden ZRfg und reduzierter Beobachter gemeinsam entworfen
- ↳ die geschätzten Zustandsgrößen treten intern auf / können nicht abgegriffen werden.
- besonders bei SISO-Systemen ist der Frequenzbereichsentwurf einfacher

6.1 Separationsprinzip

- Die Berechnung des ZRfg k^T und des Beobachters (d) können voneinander unabhängig durchgeführt werden.
- Die Stellgröße u regt einen Beobachtungsfeld $z - x - \hat{x}$ an aber Störungen unterschiedlicher Anfangswerte und Deckelfehler regen Beobachter aus.
- => Es liegt aber keine Separation von Führungs- ($F_w = L \frac{Z_s}{N}$) und Störverhalten ($F_z = - \frac{Z_s d_i}{N \Delta}$) vor

6.2 Strukturen mit Separation von Führungs- und Störverhalten

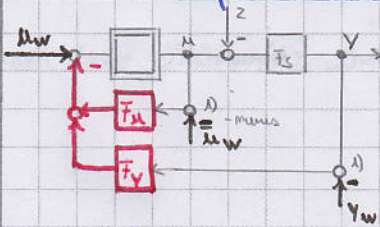
Soll: reale Randbedingungen wie Stellbegrenzung und Ressourcen begrenzen unterschiedlich die in F_w und F_z erreichbare Dynamik.



1) nur bei Störungen = aktiv

Referenz-Regelkreis erzeugt Vorsteuerstellsignal u_w und Stellwert x_w

Struktur mit Frequenzbereich - Störregel



1) von der Führungsgröße \$w\$ aus werden Differenzen ausgegl.

\$\Rightarrow\$ Regler ist im Führungsverhalten nicht aktiv

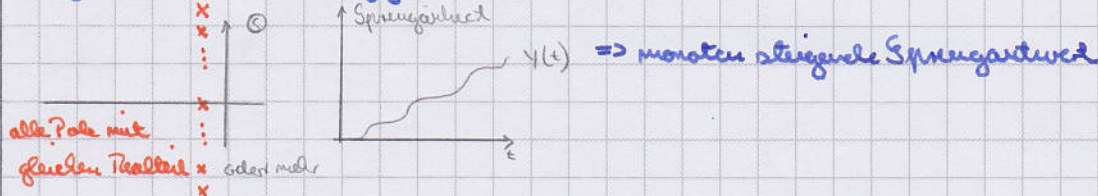
6.3 Typus und Polvergabe

Für die Robustheit einer Zustandsregelung sind die Dynamikvorgaben entscheidend!

Vorgabe der Pole der geregelten Strecke in \$\tilde{N}(s)\$

- Streckpole [!] möglichst wenig verschoben
- nicht immer reelle Pole erzwingen \$\rightarrow\$ auch ausreichende Dämpfung \$D = 0,5 \dots 0,7\$ vorgeben
- Vorgabe eines lin. LQ-Regler auf der WOK nach \$F_S(s) \cdot F_S(-s)\$

Vorgabe nach Wiedergradzahl \$k_V\$



- Vergleichspolynome wie z.B. ITAE $J = \int_0^{\infty} t \cdot |x_d(t)| dt$ je weiter die Zeit läuft umso mehr Strafe im Reglerkoeffizienten

$$\begin{aligned}
 m=1 & \quad s + \omega_0 \\
 m=2 & \quad s^2 + 1,4 \omega_0 s + \omega_0^2 \\
 m=3 & \quad s^3 + 1,75 \omega_0 s^2 + 2,15 \omega_0^2 s + \omega_0^3 \\
 & \quad \vdots
 \end{aligned}$$

Leitbahnen mit \$\omega_0\$ an die Dynamik der Strecke anpassen

Vorgabe der Beobachterpole in \$\Delta(s)\$ mit ähnlicher Dynamik wie die \$\tilde{N}\$-Pole

Stellgröße \$u(t)\$ aufrechnen und auf Stellbegrenzung und Stellsignalrauschen hin untersuchen.

\$\Rightarrow\$ wenig Rauschen \$\rightarrow\$ Beobachterdynamik schneller vorgeben.

Erhalten Regler - läßt untersuchen: Instabiles (Pole-Rechts) oder nicht minimalphasiges

(NST rechts) Verhalten können ein Hinweis auf ungünstige Dynamikvorgaben sein.