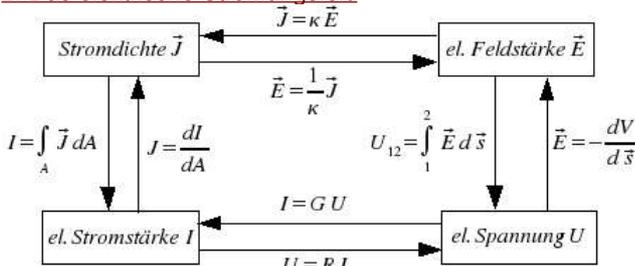
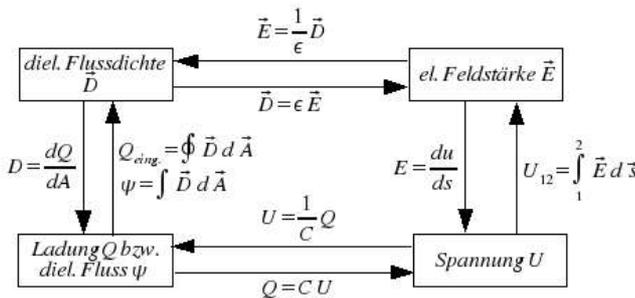


Formale Beziehungen:

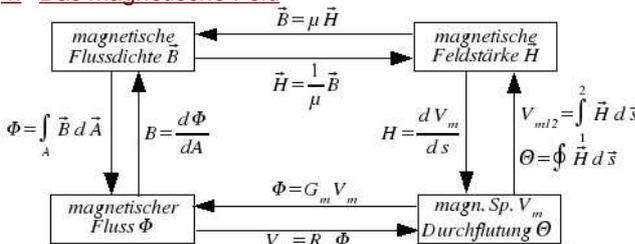
2. Das elektrische Strömungsfeld



3. Das dielektrische Strömungsfeld



4. Das magnetische Feld



Formeln nach Kapiteln sortiert (1b):

2. Das elektrische Feld

Kraft zwischen zwei Ladungen

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_0$$

Definition der Feldgröße: el. Feldstärke

$$\vec{F} = Q_{LT} \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_{LT}}$$

Potentielle Energie eines LT im homogenen E-Feld

$$W_{LT} = -Q_{LT} \vec{E} \vec{l}_{12}$$

Definition des el. Potentials eines Raumpunktes

$$\varphi_P = \frac{W_{LT}(P)}{Q_{LT}}$$

Elektrisches Potential im homogenen E-Feld ($\varphi_B = 0V$)

$$\varphi_P = -\vec{E} \vec{l}_{BP}$$

elektrische Spannung zwischen zwei Punkten

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$U_{12} = \vec{E} \vec{l}_{12}$$

inhomogenes E-Feld

$$\varphi_P = -\int_B^P \vec{E} d\vec{s} = \int_P^B \vec{E} d\vec{s}$$

$$E = -\frac{d\varphi}{ds}$$

Umlaufintegral der el. Feldstärke

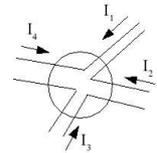
$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$$

Überlagerung elektrischer Felder

$$\vec{E}_{ges} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2$$

Äquipotentialflächen

$$\varphi_{ges} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{Q_2}{4\pi\epsilon r_2} = \text{konstant}$$



Das Hüllenintegral der el. Stromdichte

$$\oint_A \vec{J} d\vec{A} = 0$$

elektrische Leistungsdichte p

$$p = \frac{dP}{dV} = E J = \kappa E^2 = \frac{J^2}{\kappa}$$

3. Das dielektrische Feld (Kondensator)

$$Q = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{U A}{d}$$

dielektrische Flussdichte D

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad [D] = 1 \text{ As/m}^2$$

Das Hüllenintegral der dielektrischen Flussdichte

$$Q_{eingeschlossen} = \oint_{A\text{-Hüllfläche}} \vec{D} d\vec{A}$$

Dielektrischer Fluss (displacement)

$$\psi = \int_A \vec{D} d\vec{A} \quad [\psi] = [Q] = 1 \text{ As} = 1 \text{ C}$$

Kapazität & allgemeiner Zusammenhang Q, C, U

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

$$Q = C U$$

Verbrauchergesetz des Kondensators

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Reihenschaltung von Kondensatoren

a) ungeladene Kondensatoren

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad \text{Reihenschaltung}$$

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{Reihenschaltung von 2 Kondensatoren}$$

$$Q_v = U C_e \quad \text{Verschiebeladung } Q_v$$

$$U_i = \frac{Q_v}{C_i} \quad \text{Kondensatorspannung bei Reihenschaltung}$$

$$\frac{U_i}{U} = \frac{1/C_i}{1/C_e} = \frac{C_e}{C_i} \quad \text{Kapazitiver Spannungsteiler}$$

b) geladene Kondensatoren

$$U_w = U - \sum_{i=1}^n U_{ia} \quad \text{wirksame Spannung } U_w$$

$$Q_v = U_w C_e \quad \text{Verschiebeladung } Q_v$$

Kondensatorspannungen bei vorgeladenem Kondensatoren

$$U_i = \frac{Q_{ia} + Q_v}{C_i} = U_{ia} + \frac{C_e}{C_i} U_w$$

Parallelschaltung von Kondensatoren

a) ungeladene Kondensatoren

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad \text{Parallelschaltung}$$

b) geladene Kondensatoren

$$U = \frac{Q_{ges}}{C_e} \quad \text{Spannung vorgeladener Kondensatoren}$$

Ausgleichsvorgänge an Kondensatoren (Laden, Entladen)

$$\tau = RC \quad \text{Zeitkonstante}$$

a) entladen

$$u = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{zeitlicher Verlauf der Kondensatorspannung}$$

$$i = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{zeitlicher Verlauf des Kondensatorstroms}$$

b) laden

$$u = U_q \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{zeitlicher Verlauf der Spannung}$$

Im Kondensator gespeicherte Energie

$$W_c = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Energiedichte w im diel. Feldraum (Energie/Volumen)

$$w = \frac{ED}{2} = \frac{E^2 \epsilon}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon}$$

$$w = \frac{W_{\text{Kondensator}}}{V_{\text{Dielektrikum}}}$$

Gesamtenergie W eines Volumens V im diel. Feldraum

$$W = \int_A w dV$$

Kraft auf die Platten eines geladenen Kondensators

$$F = \frac{1}{2} Q E$$

Kraft auf die Grenzfläche a*d eines Dielektrikums im E-Feld (Die Kraft ist zum Medium mit kleinerem ϵ_r gerichtet)

$$F = \frac{1}{2} E^2 (\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) a d$$

Selbstentladezeitkonstante (unabhängig von C-Geometrie)

$$\tau = \frac{\epsilon}{\kappa}$$

Kapazitiver Belag

$$\text{kapazitiver Belag} = \frac{\text{Kapazität}}{\text{Länge}}$$

$$\frac{C}{l} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r 2 \pi i}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad \text{für Koaxialleitungen !!!}$$

Verschiebungsstromdichte

$$\vec{J}_v = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad [J_v] = 1 \frac{A}{m^2}$$

Verschiebungsstrom durch die Fläche A

$$i_v = \int_A \vec{J}_v d\vec{A} = \int_A \frac{d \text{vec} D}{dt} d\vec{A}$$

Knotenpunktsatz für zeitabhängige Ströme

$$\sum i + \sum i_v = 0 \quad \text{oder allgemein}$$

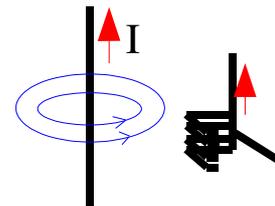
$$\oint (\vec{J} + \vec{J}_v) d\vec{A} = 0$$

Hüllfläche A

4. Das magnetische Feld

Rechte Hand Regel

zur Bestimmung des Magnetfeldes eines Leiters



Betrag der magnetischen Flussdichte

$$B = \frac{F}{Il} \quad \text{magnetic flux density}$$

Kraft auf ein stromdurchflossenes Leiterstück im M-Feld

$$\vec{F} = (\vec{l} \times \vec{B}) I \quad \vec{l} \text{ zeigt } \leftarrow \text{tech. Stromrichtung}$$

Magnetischer Fluss (magnetic flux)

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

Flächenintegral um eine geschlossene Hüllfläche

$$\oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern

$$F = 2 * 10^{-7} \frac{N}{A^2 a} I_1 I_2$$

Lorenzkraft auf eine bewegte Ladung Q im M-Feld

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

magnetische Feldstärke H

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{magnetic field strength}$$

Magnetische Feldkonstante μ_0 des Vakuums

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \quad \text{absolute Permeabilität}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

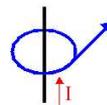
Permeabilität (spez. Magn. Leitwert), permeability

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Das Durchflutungsgesetz

$$\oint_s \vec{H} d\vec{s} = I$$



(Sonderfall: Kreis)

$$H * 2\pi r = I$$

Allgemeines Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \sum I_{\text{eingeschlossen}} = \Theta$$

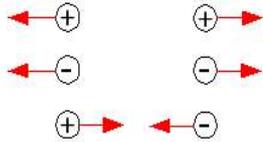
magnetische Spannung

$$U_m = \int_1^2 \vec{H} d\vec{s} \quad [U_m] = 1 A$$

Formeln aus 1a

Coulombsches Gesetz (Kraftwirkung von Ladungen)

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2}$$

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2} \vec{r}_0$$


Definition der elektrischen Feldstärke

$$\vec{F}_p = \vec{E} Q_p$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_p}{Q_p}$$

Der elektrische Strom (electric current)

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad [I] = \frac{[Q]}{[t]} = 1 \frac{C}{s} = 1 A$$

$$I = Q_{LT} n A v = Q_{LT} n A b E$$

Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger

$$\vec{v} = b \vec{E} \quad b = \text{Ladungsträgerbeweglichkeit} \quad [b] = 1 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

Die elektrische Leitfähigkeit

$$\kappa = Q_{LT} n b$$

$$I = \kappa A E$$

$$\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{Q_{LT} n b} \quad \text{spezifischer Widerstand}$$

elektrisches Potential und Spannung

$$\varphi(x) = \frac{W_{LT}(x)}{Q_{LT}} \quad \text{el. Potential}$$

$$U_{12} = \frac{W_1 - W_2}{Q_{LT}} = \varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{el. Spannung}$$

elektrischer Leitwert und elektrischer Widerstand

$$G = \kappa \frac{A}{l} \quad [G] = 1 S \text{ (conductance)}$$

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{A} = \rho \frac{l}{A} \quad [R] = 1 \Omega \text{ (resistance)}$$

ohmsches Gesetz

$$I = G U \quad \text{oder} \quad U = R I$$

Spannung und elektrische Feldstärke

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \vec{E} \vec{l}_{12}$$

Temperaturabhängigkeit von R (Näherungsformeln)

$$R(\vartheta) = R_{20} (1 + \alpha_{20} \Delta \vartheta) \quad \text{lineare}$$

$$R(\vartheta) = R_{20} (1 + \alpha_{20} \Delta \vartheta + \beta_{20} \Delta \vartheta^2) \quad \text{quadratische}$$

$$[\alpha_{20}] = 1 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad [\beta] = 1 \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$$

Leistung im Verbraucherwiderstand

$$P = U I \quad P = G U^2 \quad P = R I^2 \quad [P] = 1 \text{ VA} = 1 \text{ W}$$

Innenwiderstand einer realen Spannungsquelle

$$R_i = \frac{U_L}{I_K} = \frac{U_0}{I_K}$$

Statischer Widerstand und differentieller Widerstand

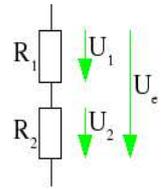
$$R_{stat} = \frac{U_0}{I_0} \quad \text{statisch} \quad R_{diff} = \frac{\Delta U}{\Delta I} \quad \text{differenziell}$$

Ersatzwiderstand einer Reihenschaltung

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i \quad R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Spannungsteilerregel

$$\frac{U_i}{U_k} = \frac{R_i}{R_k} \quad \frac{U_i}{U} = \frac{R_i}{R_e}$$



Ersatzleitwert und -widerstand bei Parallelschaltung

$$G_e = \sum_{i=1}^n G_i \quad \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

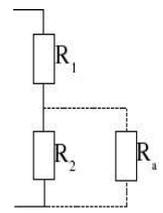
Stromteilerregel

$$\frac{I_i}{I_k} = \frac{G_i}{G_k} \quad \frac{I_i}{I} = \frac{G_i}{G_e}$$

Spannungsteiler

$$\alpha_0 = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{unbelastet}$$

$$\alpha = \frac{R_e}{R_1 + R_e} = \frac{R_2 R_a}{R_2 R_a + R_1 R_2 + R_1 R_a}$$



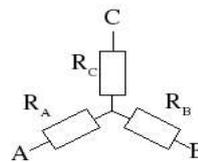
Stromteiler

$$\beta_0 = \frac{I_a}{I_e} = \frac{G_2}{G_1 + G_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{unbelastet}$$

$$\beta = \frac{I_a}{I_e} = \frac{G_e}{G_1 + G_e} \quad \text{belastet}$$

$$\beta = \frac{G_2 G_a}{G_a G_a + G_1 G_2 + G_2 G_a} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Stern-Dreieck-Umformung

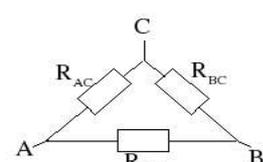


Sternschaltung

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$



Dreieckschaltung

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

$$R_{AC} = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

Leistungsanpassung

$$P_{ab_max} = \frac{(0,5 U_q)^2}{R} \quad \text{Energietechnik}$$

$$R_v = R_i \quad \text{Nachrichtentechnik}$$

$$\eta_{\text{Leistungsanpassung}} = \frac{U_v}{U_q} = \frac{1}{2} \quad \text{Nachrichtentechnik}$$

Überlagerungsverfahren (Formale Darstellung)

$$U_Z = \sum_{i=0}^n U_{Zi} \quad I_Z = \sum_{i=0}^n I_{Zi} \quad \text{nicht für Leistungen (P) !}$$

Knotenpotentialanalyse (KPA)

1. Netzwerk vereinfachen (Widerstände, parallel zu idealer Spannungsquelle, bzw. in Reihe zu idealer Stromquelle, weglassen)
2. Reale Spannungsquellen in entsprechende Stromquellen umwandeln
3. Bezugsknoten angeben
4. Knoten durchnummerieren
5. Erstellen der Knotenleitwertmatrix
6. Erstellen des Stromquellenvektors (zufließende positiv)
7. Kontrolle durch Bezugsknoten 0
8. Sind ideale Spannungsquellen vorhanden (Superknoten), so sind Knotenleitwertmatrix und Stromquellenvektor zu modifizieren. Alle Elemente d. Superknotens addieren und die übrigen Zeilen durch Spannungsgleichungen ersetzen (1, -1, 0).
9. Lösen des Gleichungssystems.

Wichtig: Mit **LEITWERTEN** arbeiten !!!

$$[G] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & g_{n3} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix}$$

- Die Hauptdiagonalelemente g_{ii} sind gleich der Summe aller Leitwerte.
 - Die übrigen Matrixelemente sind gleich dem negativen Leitwert zwischen dem Knoten i und j.
 - Die Matrixelemente sind symmetrisch zur Hauptdiagonalen ($g_{ij} = g_{ji}$).
 - Die Komponenten d. Stromquellenvektors sind gleich d. Summe aller Quellenströme, die am entsprechenden Knoten zufließen (zufließende positiv zählen).
1. Auf der Hauptdiagonalen Summe der Leitwerte an jedem Knoten eintragen.
 2. Oberes Dreieck mit den Werten zwischen den Knotenpunkten füllen und diese negieren.
 3. An der Hauptdiagonalen spiegeln
 4. Ströme zu den Knotenpunkten in Stromvektor eintragen (zufließende Positiv)
 5. Kontrolle durch Knoten 0.
 6. evtl. modifiziertes GL.-System, durch Superknoten, bilden.

$[G] * u_{n0} = I_q$

Ersatzquellen:

1. Leerlaufspannung bestimmen (Überlagerung, KPA ?)
2. Kurzschlussstrom bestimmen (Überlagerung, KPA ?)
3. Innenwiderstand bestimmen $R_i = U_0 / I_K$

Step By Step (untested!!)

Kapazität inhomogener Felder

1. Testladung Q_{TEST} auf Elektrode aufbringen
2. dielektrische Flussdichte D berechnen $\psi = \oint_A \vec{E} d\vec{s}$
3. elektrische Feldstärke E berechnen $U_{12} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{s}$
4. Kapazität $C = \frac{Q_{TEST}}{U}$ berechnen

Widerstand symmetrischer Körper

1. Teststrom I_{TEST} anschließen
2. Strömungsfeld J berechnen $\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A}$

3. E-Feld berechnen $\vec{E} = \frac{\vec{I}}{\kappa}$
4. Spannung U berechnen $\vec{U} = \int \vec{E} d\vec{s}$
5. Ohmsches Gesetz $U = R I_{TEST}$

Geometrische Formeln:

$A = r^2 \pi \quad U = d \pi$ Kreis

$A = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)$ Kreisring

$V = \frac{d^3 \pi}{6} \quad A = d^2 \pi$ Kugel

$V = \frac{l b h}{3}$ Pyramide

$V = \frac{d^2 \pi h}{12}$ Kegel