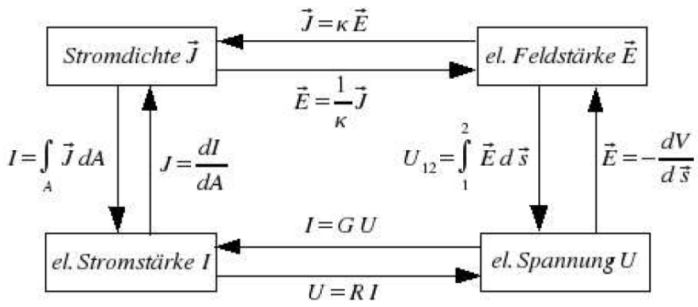
Das elektrische Feld



- Coulombkraft

$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

- Gravitation

$F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$

$\vec{F} = \vec{E}\,Q_{LT} \;\rightarrow\; \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_{LT}};\; \left[\frac{Nm}{Asm} = \frac{J}{Asm} = \frac{Ws}{Asm} = \frac{V}{m}\right]$

- el. Potenzial

$\varphi(P) = \varphi_P = \frac{W_{LT}(P)}{Q_{LT}}$

- homogenes E-Feld

$\varphi_P = \underbrace{-\vec{E}\overrightarrow{l_{BP}}}_{\varphi_{B=0V}}$

- inhomogenes E-Feld

$\varphi_P = -\int_B^P \vec{E}\,d\vec{s} = \int_P^B \vec{E}\,d\vec{s}$

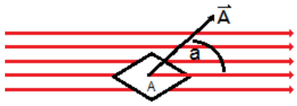
$E = -\frac{d\varphi}{ds}$

- el. Spannung

$$U_{12} = \frac{W_{12}}{Q_{LT}} = \frac{W_1 - W_2}{Q_{LT}} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E\,ds$$

- Strom

$I = \int \vec{J}\,d\vec{A} = J\,A\,\cos\alpha$



- Widerstand

$R = \frac{U}{I} = \frac{\int_1^2 E\,ds}{J\,A}$

$\frac{E_{\kappa_1}}{E_{\kappa_2}} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}$

- Umlaufintegral der E-Feldstärke

$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = 0$

- Überlagerung el. Felder

$\vec{E}_{ges} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \;\rightarrow\; \varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2$

- Äquipotentialflächen

$\varphi_{ges} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon r_1}\frac{Q_2}{4\pi\epsilon r_2} = konst$

Die Äquipotentialflächenlinien stehen immer senkrecht auf dem J ⃗-Feld. Auf einer solchen Linie ist überall das gleiche Potential

- Strömungsfeld

$\vec{J} = \kappa\vec{E}\;\; [\frac{A}{m^2}]$

- Hüllintegral der el. Stromdichte

$\oint \vec{J}\,d\vec{A} = 0$

- el. Leistungsdichte p

$p = \frac{dP}{dV} = EJ = \kappa E^2 = \frac{J^2}{\kappa};\;\; [\frac{W}{m^2}]$

Mathematische Formeln:

Kreiszylinder: $M = 2\pi r h$

Kreis: $U = 2r\pi$

$A = r^2\pi$

Kreisring: $A = \frac{\pi}{4}({d_2}^2 - {d_1}^2)$

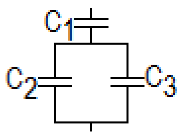
Kugel: $O_{Oberfläche} = 4\pi r^2$

$V = \frac{d^3\pi}{6}$

$A = d^2\pi$

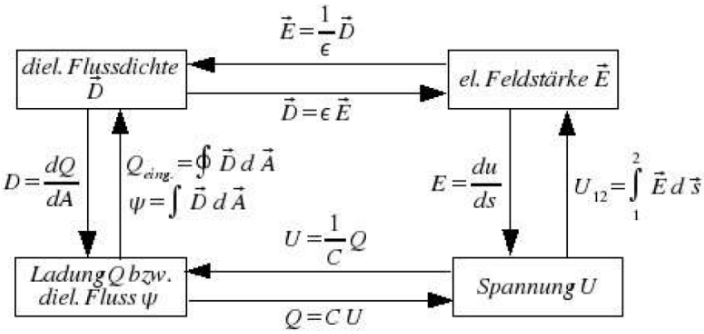
Pyramide: $V = \frac{lbh}{3}$

Kegel: $V = \frac{d^2\pi h}{12}$



$\frac{U_3}{U_{Ce}} = \frac{U_{Ce}}{C_{23}}$

Dieelektrisches Feld (Kondensator)



- Ladung

$Q=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d}U=CU$

- Kapazität:

$C=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d};\ [F=\frac{As}{V}]$

- Mit nur einem Dielektrikum (κ)

$RC=\frac{C}{G}=\frac{\varepsilon}{\kappa}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\kappa}$

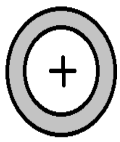
- Dielelektrische Flussdichte

$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E};\ \left[\frac{As}{m^2}\right]$

- Das Hüllintegral der dielektrischen Flussdichte (eingeschlossene Ladung)

$Q_{eingeschlossen}=\oint_{A-H\ddot{u}llfl\ddot{a}che}\vec{D}d\vec{A}$

- Dielektrischer Fluss



$\psi=\int_A\vec{D}d\vec{A};[As=C]$

→Gaußscheer Satz: $\int_A\vec{D}d\vec{A}=+Q$

→$\vec{D}=\frac{+Q}{A}$

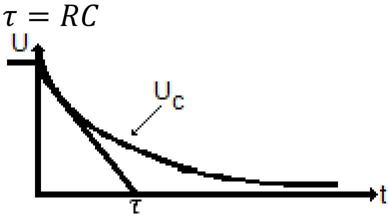
- Verbrauchergesetz des Kondensators

$Ci=C\frac{dU}{dt};\quad u=\frac{1}{C}\int i\,dt\qquad\rightarrow\quad Q=I_q\Delta t$

Ausgleichsvorgänge an Kondensatoren

Zeitkonstante

$\tau=RC$



$i_{c\,Max}=\frac{U_q}{R_q}$

Jede Tangente an einem beliebigen Punkt der e-Funktion schneidet auf einer Zeitachse ein Intervall der Dauer τ aus.

a)entladen	b)laden
$u_c=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$u_c=U_q(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$
$i_E=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i_L=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

Reheinschaltungen von Kondensatoren

a) ungeladen

$\frac{1}{C_E}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots$

$U=U_1+U_2+U_3\ldots$

$C_E=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

Verschiebeladung:

$Q_v=UC_e$

$\underbrace{Q_v=Q_1=Q_2=Q_3}_{Verschiebeladung}$

C-Spannung

$U_i=\frac{Q_v}{C_i}$

$\frac{U_i}{U}=\frac{1/C_i}{1/C_e}=\frac{C_e}{C_i}$

b)ungeladen

wirksame Spannung

$U_W=U_q-\sum_{i=1}^{n}U_{ia}$

$Q_v=U_WC_e$

C-Spannung bei vorgeladenen C

$U_i=\underbrace{\frac{Q_{iA}+Q_v}{C_i}}_{geladen}=U_{ia}+\frac{C_e}{C_i}U_w$

Parallelschaltung von Kondensatoren

a)ungeladen

$C_E=C_1+C_2+C_3\ldots$

$i=i_1+i_2+i_3\ldots$

$Q_a=Q_1+Q_2+Q_3\ldots$

$U=\frac{Q_{ges}}{C_E}$

b)geladen

$U=\frac{Q_{ges}}{C_E}$

$U_{ges}=U_1+U_2+U_3\ldots$

Geschichtetes Dielektrikum

a) Reihenschaltung	b) Parallelschaltung
$D=D_1=D_2=D_3$	$D_i=\varepsilon_iE$
$E_i=\frac{D}{\varepsilon_i}$	$E=E_1=E_2=E_3$

$t=0^+$ C wirkt wie Leerlauf !Spannung am geladenen C

$t\rightarrow\infty$ C wirkt wie Leerlauf

Gespeicherte Energie im Kondensator

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}CQ = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

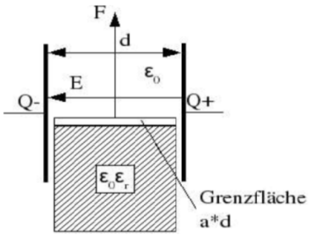
- Energiedichte w im diel. Feldraum

$$\left(w = \frac{Energie}{Volumen} = \frac{W_{Kondensator}}{V_{Dielektrikum}}\right)$$

$$w = \frac{1}{2}ED = \frac{E^2\varepsilon}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon}; \quad [\frac{Ws}{m^3} = \frac{J}{m^3}]$$

- Gesamtenergie W eines Volumens V im diel. Feldraum

$$W = \int_V w\ dV$$



- Kraft auf die Platten

$$F = \frac{1}{2}QE$$

- Kraft auf die Grenzfläche $(a * d)$ (Kraft ist zum Medium mit kleineren ε_r gerichtet)

$$F = \frac{1}{2}(\varepsilon_0\varepsilon_r - \varepsilon_0)ad;$$

- Selbstentladezeit (unabhängig von C Geometrie)

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\kappa}$$

- Kapazitiver Belag $= \frac{\text{Kapazität}}{\text{Länge}}$

$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$ für Koaxialleitungen! !!!!

- Verschiebungsstromdichte

$$\overrightarrow{J_V} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad [\frac{A}{m^2}]$$

- Verschiebung durch die Fläche A

$$i_V = \int_A \overrightarrow{J_V}\, d\vec{A}$$

- KPS für zeitabhängige Ströme

$$\sum i + \sum i_V = 0$$

allgemein $\oint_{Hüllfläche}(\vec{J} + \overrightarrow{J_V})\ d\vec{A} = 0$

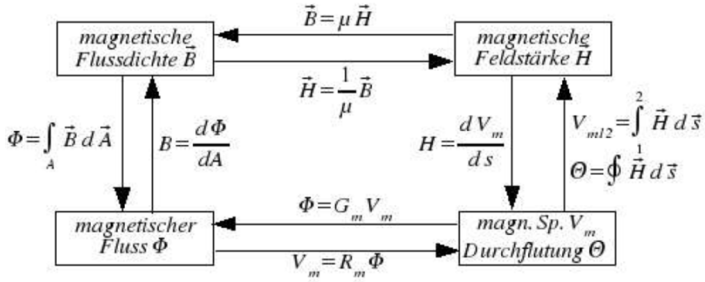
- Kräfte auf Stromteiler

$$\vec{F} = (\vec{l} \times \vec{B})J = l\,B\,J\sin\alpha$$

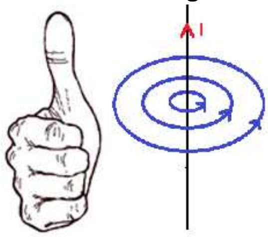
- Rechte Hand Regel:

- Daumen in Richtung des Stromflusses
- Zeigefinger in Richtung des B-Feldes
- Mittelfinger zeigt Kraftrichtung an

Magnetisches Feld



Rechte Hand Regel: Magnetfeld bestimmen



- Betrag der magn. Flussdichte

$$B = \frac{F}{I}\,l \ [\frac{Vs}{m^2} = T]$$

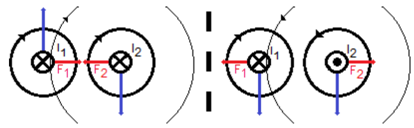
- Kraft auf ein stromdurchflossenes Leiterstück im M-Feld

$$\vec{F} = (\vec{l} \times \vec{B})I = l\,B\,I\sin\alpha$$

- Kraft zwischen Stromdurchflossenen Leiter:

$$F = \mu_0\frac{l}{2\pi d}I_1 I_2\ [\frac{N}{A^2}]$$

(a=Leiterabstand)



- Magnetischer Fluß

$$\phi = \int\vec{B}\ dA = \underbrace{BA\cos\alpha}_{siehe\ Strom\ Zeichnung}\ [Vs = Wb]$$

- Flächenintegral um eine geschlossene Hüllfläche

$$\oint_A \vec{B}d\vec{A} = 0$$

- Lorentzkraft

$$\vec{F} = (\vec{v} \times \vec{B})Q$$

- Magnetische Feldstärke

$$H = \frac{I}{2\pi r} == \frac{1}{\mu_0\mu_r}B \quad [\frac{A}{m}]$$

- Magn. Feldkonstande **im Vakuum**

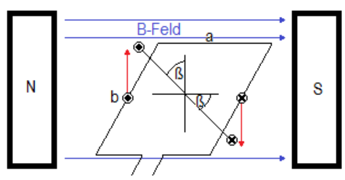
$$\mu_0 = 1{,}257 * 10^{-6}\frac{Vs}{Am} = 4\pi * 10^{-4}\frac{Vs}{Am}$$

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}$$

- Permeabilität (spez. magn. Leitwert)

$$\mu = \mu_0\mu_r$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}\ [T]$$



Leiterschleife

$$F = b\,B\,I$$

$$M_{Drehmoment} = F_1\frac{a}{2}\cos ß + F_2\frac{a}{2}\cos ß$$

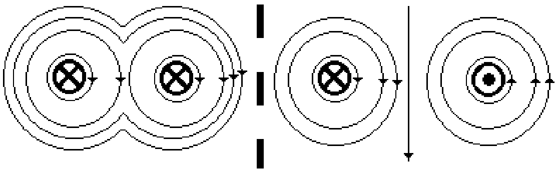
EMF Formelsammlung

- Durchflutungsgesetz

$$\underbrace{\Theta = \oint \vec{H}\, d\vec{s}}_{\Theta = Durchflutung\ [A]} = \sum J_{Eingeschlossen}$$

- Magnetische Spannung

$$\underbrace{V_m = \int \vec{H}\, d\vec{s}}_{V_m = magn. Spannung} \quad [A] \rightarrow V_m = Hl$$



- Feldstärke im inneren einer Spule

$H_{Innen} \approx \frac{NI}{l}$; N = Windungszahl, l = Länge der Spule

- Kreisspule mit Eisenkern und Luftspalt

$B = B_L = B_{FE}$

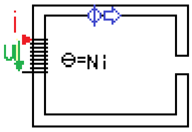
$H_L = \mu_{r\,FE} H_{FE}$

- Magnetische Maschengleichung

$\sum\Theta + \sum V_m = 0$

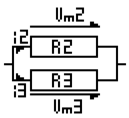
- Magnetische KPA

$\sum\phi = 0$



$$B = \frac{\phi}{A}$$

$$\phi = \frac{\theta}{R_m} = \frac{NI}{R_m}$$



$$\phi_i = \frac{V_{mi}}{R_{m}i}[wie\ GSTR] \quad \rightarrow \phi_{ges} = \frac{\sum NI}{\sum R_m}$$

$$\frac{\phi_2}{\phi_{ges}} = \frac{R_{m3}}{\sum R_m}$$

$$R_m = \frac{1}{\mu_0\mu_r}\frac{l}{A} = \frac{V_m}{\phi_m} = \frac{1}{G_m} \quad [H^{-1}]$$

- Induktivität einer Spule:

$$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{N\theta}{IR_{m-ge}} = \frac{N^2}{R_{m-ge}} \quad [H]$$

- Stromstärke

$$I_i = \frac{R_m\phi_i}{N}$$

- Induktive Stromstärke

$$i_L(t) = i_L(t_0)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_q}{R_L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L = i_{L\,ende} + \left(i_{L\,anfang} - i_{L\,ende}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R+R_L}$$

- Spannung

$$U = L\frac{dI}{dt} = \frac{d\phi}{dt}N\frac{d\phi}{dt} = NA\frac{\Delta B}{\Delta t} \quad \{= RI\}$$

- Gesamtkraft

$$\frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{B_L^2}{2\mu_0}$$

- Energie

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

Sonstiges

- Elektron im B-Feld: $ev_eB = m_e\frac{v_e^2}{R}$