

Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

Ergänzung zur Integralrechnung - Grenzen vertauschen und Vorzeichenproblem

Auf Grund der starken Nachfrage (auch nach dem Tutorium) und den heissen Diskussionen, werde ich noch einmal auf das "Vorzeichenproblem" eingehen.

Wie wir wissen, gilt für ein BESTIMMTES Integral in der Integralrechnung bekanntlicherweise

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

Nehmen wir nun als Beispiel die Aufgabe 3 a) vom Übungsblatt 4, welche lautet:

Gegeben sind die Kurven mit den Funktionsgleichungen $y_1 = -x(x - 3)$ und $y_2 = -2x$.
a) Welche Fläche schließen sie ein?
b) Bestimmen Sie den Flächenschwerpunkt.

Die Fläche, welche die Funktionen einschließt, lässt sich wie folgt berechnen:

$$A = \int_0^5 \int_{-2x}^{-x(x-3)} dy dx$$

Das Vorzeichen dieses Integrals ist POSITIV - Warum? Weil wir bei den Grenzen für b die größere Zahl, bzw. die Funktion, die "über der anderen liegt", gewählt haben (meistens macht man dies automatisch, zumindest bei Zahlen in den Grenzen). Wenn wir nun EINE der beiden Grenzen vertauschen, sprich NUR die 0 mit der 5, oder NUR $-2x$ mit $-x(x - 3)$, dann dreht sich das Vorzeichen logischerweise rum (siehe Definition oben!).

Wenn wir aber auch noch die ANDERE Grenze vertauschen, wird das Vorzeichen wieder positiv ($- \cdot - = +$).

Damit erkennt man leicht, wo der Denkfehler bei der Schreibweise

$$A = \int_5^0 (-x(x - 3))dx - \int_5^0 (-2x)dx \rightarrow \text{NEGATIV}$$

war.

Hier wurden zwar die Grenzen 0 und 5 vertauscht, nicht aber die Terme $-x(x - 3)$ und $-2x$.

Wenn man die Terme dann noch vertauscht, kommt wieder etwas Positives, das Richtige, raus.

$$A = \int_5^0 (-2x)dx - \int_5^0 (-x(x - 3))dx \rightarrow \text{POSITIV}$$