Lösungen der Übungsaufgaben vom 23.April 2008

Aufgabe I. (siehe Übungsaufgabe 4 vom 16.April 2008)

$$\int_{1}^{1}\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \sqrt{(x^2+y^2)^3}\ dx\,dy = \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1} \sqrt{((r\cos\varphi^{\ 2} + (r\sin\varphi)^2)^3}\ r\,dr\,d\varphi$$

$$= \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1} \sqrt{((r\cos\varphi)^{\ 2} + (r\sin\varphi)^2)^3}\ r\,dr\,d\varphi = \int_{0}^{}\int_{0}^{} r^4\ dr\,d\varphi = \frac{2\pi}{5}$$

Aufgabe II.

$$A = \int_{x=0}^{5}\int_{y=-x+5}^{\sqrt{25-x^2}} dydx = \frac{1}{2}\cdot 25\cdot \arcsin 1 + \frac{1}{2}\cdot 25 - 25 \approx 7{,}13$$

Aufgabe III. (siehe Übungsaufgabe 5 vom 16.April 2008)

$$A = 1/2\int_{2}^{3}(2t-3)(4t-4) - (2(2t^2-4t)dt = \frac{11}{3}$$

Aufgabe III.

Ermitteln Sie die Summen folgender Reihen:

a) $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n} = \frac{1}{2}$$

b) $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^{n-1}} = -\frac{2}{3}$$

c) $$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{3^{2n-2}\cdot 5^{-n+1}}{2^{n-2}} = \frac{5\cdot 2^2}{3^2}\cdot\left(\frac{9}{2\cdot 5}\right)^3\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{9}{2\cdot 5})^n = \frac{9^2}{2\cdot 5^2}\cdot 10 = \frac{81}{5}$$

Aufgabe IV.

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $$\sum_{n=4}^{\infty}\frac{-5}{n^2-n-6} = -\frac{137}{60}$$

b) $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^2+2n} = \frac{3}{2}$$

c) $$\sum_{n=1}^{\infty}2^n\cdot x^{3n} = \frac{1}{1-2x^3}\ f\ddot{u}r\ |x| < \frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 4} = \frac{13}{12}$$