

Übungsaufgaben vom 23. April 2008

Aufgabe I. (siehe Übungsaufgabe 4 vom 16. April 2008)

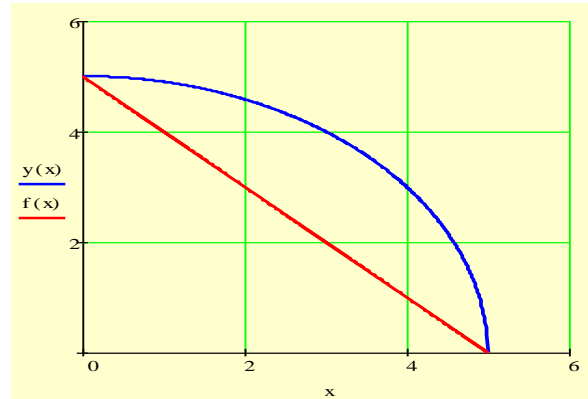
Lösen Sie das folgende Doppelintegral:

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \sqrt{(x^2 + y^2)^3} \, dx \, dy$$

Hinweis: Verwenden Sie zum Berechnen Polarkoordinaten

Aufgabe II.

Berechnen Sie die Fläche zwischen der Kreislinie $x^2 + y^2 = 25$ und der Geraden $y = -x + 5$.



Aufgabe III. (siehe Übungsaufgabe 5 vom 16. April 2008)

Skizzieren Sie das Bild des durch $\gamma(t) = (3t, 6t)$ definierten Strahls $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ und das Bild der durch $\delta(t) = 92t - 3, 2t^2 - 4t$ definierten Kurve $\delta: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$ in der „x y-Ebene“. Skizzieren Sie die durch die x-Achse und die Bilder von γ und δ begrenzte Teilmenge von $\mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ und berechnen Sie ihren Flächeninhalt.

Aufgabe III.

Ermitteln Sie die Summen folgender Reihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ c) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^{2n-2} \cdot 5^{-n+1}}{2^{n-2}}$

Aufgabe IV.

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{-5}{n^2 - n - 6}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot x^{3n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 4}$