Übungsaufgaben vom 30.April 2008

Aufgabe I. (siehe Übungsaufgabe 3 vom 23.April 2008)

Ermitteln Sie die Summen folgender Reihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ c) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^{2n-2} \cdot 5^{-n+1}}{2^{n-2}}$

Aufgabe II. (siehe Übungsaufgabe 4 vom 23.April 2008)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert. (Hinweis: Bei der Grenzwertbestimmung einiger Reihen ist eine Partialbruchzerlegung sinnvoll.)

a) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{-5}{n^2 - n - 6}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot x^{3n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 4}$

Aufgabe III.

Zeigen Sie, dass die unendliche Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!}$$

konvergiert.

Aufgabe IV.

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$ b) $\frac{1}{11} + \frac{1}{101} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{10001} + \cdots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ d) $\frac{2^1}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \frac{2^4}{4} + - \cdots$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!}$

Aufgabe V.

Welche der folgenden alternierenden Reihen konvergieren, welche divergieren?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n \cdot 5^{2n-1}}$