

## Übungsaufgaben vom 14. Mai 2008

**Aufgabe I.** (siehe Übungsaufgabe 4 vom 30. April 2008)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

a) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

b) 
$$\frac{1}{11} + \frac{1}{101} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{10001} + \dots$$

c) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

d) 
$$\frac{2^1}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \frac{2^4}{4} + \dots$$

e) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!}$$

**Aufgabe II.** (siehe Übungsaufgabe 5 vom 30. April 2008)

Welche der folgenden alternierenden Reihen konvergieren, welche divergieren?

a) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2}$$

b) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n \cdot 5^{2n-1}}$$

**Aufgabe III.**

Bestimmen Sie den Konvergenzradius folgender Potenzreihen:

a) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n})^n x^n$$

b) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^{3n}}{2}$$

c) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{e^n}$$

d) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot e^n} (x+1)^n$$

**Aufgabe IV.**

Entwickeln Sie  $f(x) = \frac{x}{\sin(x)}$  in eine Potenzreihe um  $x_0 = 0$  und berechnen Sie die ersten drei nicht verschwindenden Glieder von  $f(x)$ .

**Aufgabe V.**

Bestimmen Sie den Konvergenzbereich folgender Potenzreihen:

a) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

b) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

c) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

**Aufgabe VI.**

Berechnen Sie die Fourierreihe von

a) 
$$f(x) = \sin(x) \cdot \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

b) 
$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2} & \text{für } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} - x & \text{für } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \\ 2\pi \text{ periodisch} \end{cases}$$