

## Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

### *Ergänzung zur Berechnung der Kreisfläche*

$$K := \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq r\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq r^2\}$$

Da  $K$  ein Normalbereich ist, gilt:

$$\int_K d(x, y) = \int_{-r}^r \int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} dy dx = \int_{-r}^r 2\sqrt{r^2-x^2} dx$$

Als Substitution entnehmen wir der Formelsammlung:  $x = r \cdot \sin(t) \rightarrow dx = r \cdot \cos(t) dt$

Jetzt müssen wir noch die Integrationsgrenzen anpassen:

$$-\frac{\pi}{2} = \arcsin \frac{-r}{r} \quad \text{und} \quad \frac{\pi}{2} = \arcsin \frac{r}{r}$$

$$\text{Es folgt: } 2r \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{r^2 - r^2 \sin(t)^2} \cos(t) dt = r^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(t)^2 dt = \pi r^2$$

mit dem unbestimmten Integral:  $\int \cos(x)^2 dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin(x) \cos(x)$