Lösungen der Übungsaufgaben vom 21.Mai 2008

Aufgabe I.

a)
$$f(x) = \frac{4}{4-x} = 4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{4}\right)^n$$

b)
$$f(x) = \frac{3}{-x^2+6x-8} = 3 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (x-3)^{2n}$$

c)
$$f(x) = \frac{3}{-x^2-2} = 3 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (x^2+3)^n$$

Aufgabe II.

$$r = \frac{1}{5}$$

Aufgabe III.

$$r = \frac{e}{2}$$

Aufgabe IV.

Die Taylor-Reihe lautet:

$$f(x) = \frac{2+x}{1+x-2x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+2x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (-2x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} (1+(-2)^n)x^n$$

Aufgabe V. (siehe Übungsaufgabe 5 vom 21.Mai 2008)

a)
$$f(x) = \sin(x) \cdot \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\sin(x) + \frac{1}{4}\sin(2x)$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2} \; \mathit{für} -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} - x \; \mathit{für} \; \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi}\left(\sin x - \frac{1}{9}\sin 3x + \frac{1}{25}\sin 5x \pm \cdots\right.$$
$$2\pi \; \mathit{periodisch}$$

c)
$$f(t) = e \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(n \cdot e \cdot 2 \cdot \pi)}{n \cdot \pi} \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t) + \frac{1 - \cos(n \cdot e \cdot 2 \cdot \pi)}{n \cdot \pi} \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot t)$$

d)
$$f(t) = e \sum_{n=0}^{\infty} 2 \cdot \frac{\sin(n \cdot e \cdot \pi)}{n \cdot \pi} \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t)$$

e)
$$f(x) = \begin{cases} \pi & \mathit{für} \; -2\pi \leq x < -\pi \\ -x & \mathit{für} \; |x| \leq \pi \\ -\pi & \mathit{für} \; \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$
$$2\pi \; \mathit{periodisch}$$