Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

Blatt 6 - Folgen und Reihen Teil 1

Lösungen

Aufgabe 1

a) Bildungsgesetzt: $1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{n!} \quad \rightarrow \quad \lim_{n\to\infty}\frac{10}{n+1}=0<1 \quad \rightarrow \quad konvergent$

b) Bildungsgesetzt: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\cdot 2^{2n+1}} \quad \rightarrow \quad \lim_{n\to\infty}\frac{2n+2}{4(2n+3)}=\frac{1}{4}<1 \quad \rightarrow \quad konvergent$

c) Bildungsgesetzt: $\sum_{n=0}\frac{2n+1}{2^{n+1}} \quad \rightarrow \quad \lim_{n\to\infty}\frac{2n+3}{2(2n+1)}=\frac{1}{2}<1 \quad \rightarrow \quad konvergent$

d) Bildungsgesetzt: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(ln2)^n}{n!} \quad \rightarrow \quad \lim_{n\to\infty}\frac{ln2}{n+1}=0<1 \quad \rightarrow \quad konvergent$

Aufgabe 2

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{4}$ c) 1 d) $-\frac{1}{2}$

Aufgabe 3

a) Konvergiert für $-1<z<0$ gegen $-\frac{1}{2z}$ b) Konvergiert für $z>0$ gegen z

Aufgabe 4

a) $r=2$, Konvergenzbereich: $|x|<2$
b) $r=1$, Konvergenzbereich: $-1<x\leq 1$
c) $r=1$, Konvergenzbereich: $-1<x<1$

Aufgabe 5

Für das Taylorpolynom dritten Grades mit dem Entwicklungspunkt a gilt allgemein:

$$f(a+h)=f(a)+\sum_{i=1}^{n}\partial_i f(a)h_i+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\partial_i\partial_j f(a)h_ih_j+\frac{1}{6}\sum_{i,j,k=1}^{n}\partial_i\partial_j\partial_k f(a)h_ih_jh_k+...$$

Wir bestimmen die Ableitungen von f am Entwicklungspunkt $(x_1,x_2)=(0,0)$. Es gilt:

$\partial_1 f(0,0)=0 \quad \partial_2 f(0,0)=0$

$\partial_1\partial_1 f(0,0)=2 \quad \partial_1\partial_2 f(0,0)=0 \quad \partial_2\partial_2 f(0,0)=0$

$\partial_1\partial_1\partial_1 f(0,0)=0 \quad \partial_1\partial_1\partial_2 f(0,0)=2 \quad \partial_1\partial_2\partial_2 f(0,0)=2 \quad \partial_2\partial_2\partial_2 f(0,0)=6$

Damit erhalten wir insgesamt das Taylorpolynom:

$$f(0+h)=1+h_1^2+h_1^2h_2+h_1h_2^2+h_2^3+\mathcal{O}$$