

Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

Blatt 6 - Folgen und Reihen Teil 1

Aufgabe 1

Welchem Bildungsgesetz unterliegen die folgenden Reihen? Untersuchen Sie diese Reihen mit Hilfe des Quotientenkriteriums auf Konvergenz.

a) $1 + \frac{10}{1!} + \frac{100}{2!} + \frac{1000}{3!} + \dots$ b) $\frac{1}{1 \cdot 2^1} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{5 \cdot 2^5} + \frac{1}{7 \cdot 2^7} + \dots$
c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \dots$ d) $\frac{\ln 2}{1!} + \frac{(\ln 2)^2}{2!} + \frac{(\ln 2)^3}{3!} + \dots$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \cos(x)}{x \cos(x) - x^2 - 3x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 1}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$

Aufgabe 3

Für welche Werte von $z \in \mathbb{C}$ konvergieren die folgenden Reihen? Tip: Geometrische Reihe.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (2z + 1)^n$ b) $1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^n$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie den Konvergenzradius folgender Potenzreihen.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (n^4 - 4n^3)z^n$

Aufgabe 5

Gegeben sei die Funktion $f(x_1, x_2) = \exp(x_1^2 + x_2^3) + x_1 x_2 (x_1 + x_2)$. Berechnen Sie das Taylorpolynom dritten Grades von f an der Stelle $(0,0)$.