Übungsaufgaben vom 4. Juni 2008

Aufgabe I.

Berechnen Sie den Summenwert der folgenden geometrischen Reihen

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{n-1}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} 0.3^{n-1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} 4\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

Aufgabe II.

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n}}{(2n)!}$

Aufgabe III.

Berechnen Sie den Konvergenzradius und den Konvergenzbereich der Potenzreihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n!}x^n$

Aufgabe IV.

Berechnen Sie die Taylor-Reihe von

$$f(x) = \sqrt{x}$$

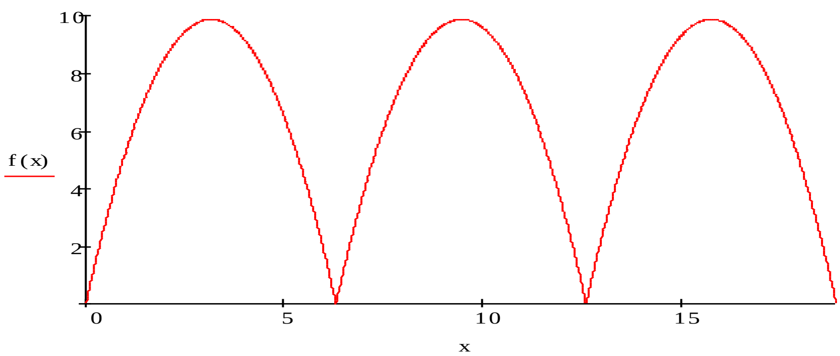
um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

Aufgabe V.

Die skizzierte periodische Funktion besteht aus Parabelbögen. Ihre Funktionsgleichung lautet im Periodenintervall $0 \le x \le 2\pi$:

$$f(x) = x(2\pi - x)$$

Bestimmen Sie die Fourier-Reihe dieser Funktion.



Aufgabe VI.

a) Skizzieren Sie die Funktion $f:[-2,2]\longrightarrow\mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = 1$ für $|x|\le 1$ und $f(x) = |x|$ für $1 \le |x| \le 2$.

b) Leiten Sie die Fourier Entwicklung der 4 periodischen Fortsetzung von f her. Stellen Sie die Fourier-Koeffizienten in elementarer Form, d.h. ohne trigonometrische Funktionen, dar.