Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

Blatt 7 - Mathematische Grundlagen Teil 2

Lösungen

Aufgabe 1

a) $f'(x) = \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{3\cos\left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \left(-\sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}\right)}_{v'} + \underbrace{1}_{u'} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{x}{3}\right)^3}_{v}$

b) $f'(x) = \dfrac{\overbrace{(4+x^2)}^{v} \cdot \overbrace{e^{4x} \cdot 4}^{u'} - \overbrace{e^{4x}}^{u} \cdot \overbrace{2x}^{v'}}{\underbrace{(4+x^2)^2}_{u^2}}$

c) $f'(x) = \underbrace{\dfrac{4 \cdot (\ln(4x^2+1))^3}{(\ln(10))^4}}_{\text{außere Ableitung}} \cdot \underbrace{\underbrace{\dfrac{1}{4x^2+1}}_{1.} \cdot \underbrace{8x}_{2.}}_{\text{innere Ableitungen}}$

Aufgabe 2

a) $I = \underbrace{x}_{v} \cdot \underbrace{(-\cos(x))}_{u} + C_1 - \int \underbrace{1}_{v'} \cdot \underbrace{(-\cos(x))}_{u} \mathrm{d}x = -x \cdot \cos(x) + \sin(x) + C$

b) $I = \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{2}{27}\right) \cdot e^{3x} + C$ (zweifache, partielle Integration!)

c) Integration durch Substitution!

$z = x^2 + 1 \quad \to \quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = 2x \quad \to \quad x \cdot \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}z$

$\Longrightarrow \quad I = x \cdot \arctan(x) + C_1 - \int \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{2}\mathrm{d}z = x \cdot \arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(|z|) + C_2$

$\Longrightarrow \quad I = x \cdot \arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$ (Betrag beim ln überflüssig, da x^2 stehts positiv!)

Aufgabe 3

a) $u = -6 - 2i$ b) $v = -12 - 18i$ c) $\left(-\frac{28}{5} + \sqrt{3} + \sqrt{\frac{9}{2}}\right) + i \cdot \left(\frac{6}{25} - 1 + \sqrt{\frac{9}{2}}\right)$