

Lösungen der Übungsaufgaben vom 25. Juni 2008

Aufgabe I.

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y' + (\cos x) \cdot y = 0$ $y = 2\pi \cdot e^{1-\sin x}$

b) $x(x+1)y' = y$ $y = \frac{x}{x+1}$

Aufgabe II.

Lösen Sie die folgenden inhomogenen linearen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

a) $y = 112,18e^{-4x} + \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{32}x + \frac{5}{128}$

b) $y = (x+1)e^x$

c) $y = \frac{53}{10}e^{-3x} - \frac{1}{10}\sin x - \frac{3}{10}\cos x$

Aufgabe III.

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y = \pi e^{-2x}(2\sin x + \cos x)$

b) $y = \frac{1}{6}(e^{-4x} - e^{-16x})$

c) $y = (-3,5t + 5)e^{0,5t}$

Aufgabe IV.

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y = e^{-3t} \left(\frac{145}{39} \sin t - \frac{3}{39} \cos t \right) + \frac{2}{39} \sin t + \frac{3}{39} \cos t$

b) $y = e^{-x} \left(\frac{2}{3} \sqrt{2} \sin(\sqrt{2}x) - \frac{1}{3} \cos(\sqrt{2}x) \right) + \frac{1}{3} e^{-2x}$

c) $y = e^{-t} [2,2576 \sin(4t) - 2,8220 \cos(4t)] - 0,0976 \sin(5t) - 0,1220 \cos(5t)$

Aufgabe V.

$$2y(t) + 1 - \sin t + (y(t) + 2t - 1)y'(t) = 0$$

$$y(0) = 2$$

Exaktheit:

$$2 = \frac{\partial}{\partial y} f(t, y) = \frac{\partial}{\partial t} g(t, y) = 2$$

$$\cos t + t(2y(t) + 1) + \frac{y^2(t)}{2} - y(t) - 1 = 0$$

nach y auflösen

Aufgabe VI.

$$y(t) - (y(t) - t)y'(t) = 0$$

$$y(1) = 3$$

Exaktheit:

$$t \cdot y(t) - \frac{y^2(t)}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

$$1 = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) = 1$$

nach y auflösen