

Hochschule München
Tutorium Mathematik 2 (Prof. Kahl) - SS2011

Tim Seyler

Probeklausur 1 - 23. Mai 2011

Bearbeitungszeit: 60min

Hilfsmittel: Alle schriftlichen Unterlagen, keine Rechner

Hinweis: Ordentlich schreiben! Lösungsweg ist zu begründen!

Name:

ID: < A - Z : 1 - 100 : a - z >

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Gegeben seien die Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ und die Kurve $\gamma_1 : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$f(x, y, z) = \frac{2y}{x} \quad \text{und} \quad \gamma_1(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ t^2 \\ \frac{1}{3}t^3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Länge $L(\gamma_1)$ und das Kurvenintegral für diese Kurve.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem für die folgende Differentialgleichung und überprüfen Sie danach Ihr Ergebnis durch Einsetzen.

$$y' = xy^2 \cdot \cos(x) \quad \text{mit} \quad y(0) = 2$$

Aufgabe 3 (16 Punkte)

Gegeben sind die folgenden Differentialgleichungen:

a) $\frac{1}{4}y'x^4 + 3y + 2x^2yy' + x^3y + 3y'x + 5y' + 2xy^2 = 0$

b) $y' + \frac{6x \cdot \sin(y) + y \cdot e^{xy} + \frac{1}{x}}{3x^2 \cdot \cos(y) + x \cdot e^{xy} + 3y^2} = 0$

c) $y' + \frac{3xy^4 + x^2y^2}{yx^3 - 2xy} = 0$

Für jeden der drei Aufgabenteile sind die folgenden beiden Punkte zu bearbeiten:

1. Prüfen Sie die Differentialgleichungen auf Exaktheit.
2. Geben Sie ausschließlich für die exakte Differentialgleichung die Lösungen an.
Es genügt hier die Angabe der Lösungen in implizierter Form.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch die Flächen $x^2 + y^2 = a^2$, $z = 0$ und $x + y + z = 2a$ begrenzt wird.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)^2} - \frac{1}{x^2} \right)$$