1. Grundlagen und Definitionen

Der arithmetische Mittelwert, Gleichwert

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} u(t)\cdot dt$$

Gleichrichtwert

$$u_{Gl} = |u(t)| = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} |u(t)|\cdot dt$$

Effektivwert U

$$U = U_{Eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} u(t)^2\cdot dt} = \sqrt{U_{=}^{\,2} + U_{\sim}^{\,2}}$$

Scheitelfaktor

$$k_s = \frac{\hat{u}}{U}$$

2. Sinusgrößen

Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Arithmetischer Mittelwert einer sinusförmigen Spannung

$$\bar{u} = 0$$

Effektivwert einer sinusförmigen Spannung

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\hat{u} \approx 0{,}707\cdot\hat{u} \qquad E = -\frac{d\varphi}{ds} \qquad \hat{u} = \sqrt{2}\cdot U$$

Scheinwiderstand, Impedanz

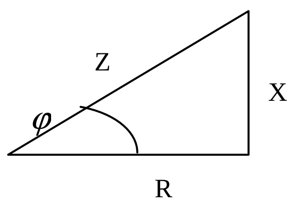
$$Z = \frac{\hat{\mathrm{u}}}{\hat{\mathrm{i}}}$$

Wirkwiderstand, Resistanz

$$R = \frac{\hat{\mathrm{u}}_{//}}{\hat{\mathrm{i}}} = Z\cdot\cos\varphi_{ui}$$

Blindwiderstand, Reaktanz

$$X = \frac{\hat{\mathrm{u}}_{\perp}}{\hat{\mathrm{i}}} = Z\cdot\sin\varphi_{ui}$$



Widerstandsdreieck

$$Z^2 = R^2 + X^2$$

Scheinleitwert, Admittanz

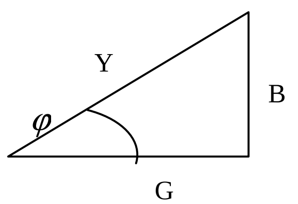
$$Y = \frac{\hat{\mathrm{i}}}{\hat{\mathrm{u}}} = \frac{1}{Z}$$

Wirkleitwert, Konduktanz

$$G = \frac{\hat{\mathrm{i}}_{//}}{\hat{\mathrm{u}}} = Y\cdot\cos\varphi_{ui}$$

Blindleitwert, Suszeptanz

$$B = \frac{\hat{i}_{\perp}}{\hat{u}} = -Y\cdot\sin\varphi_{ui}$$



Leitwertdreieck

$$Y^2 = G^2 + B^2$$

Der Ohmsche Widerstand $\varphi = 0$

Widerstände (Bezugsgröße ist i)

$$Z_R = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = R \qquad R_R = \frac{\hat{u}_{//}}{\hat{i}} = R \qquad X_R = \frac{\hat{u}_{\perp}}{\hat{i}} = 0$$

Leitwerte (Bezugsgröße ist u)

$$Y_R = \frac{\hat{i}}{\hat{u}} = \frac{1}{R} \qquad G_R = \frac{\hat{i}_{//}}{\hat{u}} = \frac{1}{R} \qquad B_R = \frac{\hat{i}_{\perp}}{\hat{u}} = 0$$

Die Induktivität $\varphi = 90°$ (Spg. vor Strom)

Widerstände (Bezugsgröße ist i)

$$Z_L = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \omega L \qquad R_L = \frac{\hat{u}_{//}}{\hat{i}} = 0 \qquad X_L = \frac{\hat{u}_{\perp}}{\hat{i}} = \omega L$$

Leitwerte (Bezugsgröße ist u)

$$Y_L = \frac{\hat{i}}{\hat{u}} = \frac{1}{\omega L} \qquad G_L = \frac{\hat{i}_{//}}{\hat{u}} = 0 \qquad B_L = \frac{\hat{i}_{\perp}}{\hat{u}} = -\frac{1}{\omega L}$$

Die Kapazität $\varphi = -90°$ (Spg. hinter Strom)

Widerstände (Bezugsgröße ist i)

$$Z_C = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} \qquad R_C = \frac{\hat{u}_{//}}{\hat{i}} = 0 \qquad X_C = \frac{\hat{u}_{\perp}}{\hat{i}} = -\frac{1}{\omega C}$$

Leitwerte (Bezugsgröße ist u)

$$Y_C = \frac{\hat{i}}{\hat{u}} = \omega C \qquad G_C = \frac{\hat{i}_{//}}{\hat{u}} = 0 \qquad B_C = \frac{\hat{i}_{\perp}}{\hat{u}} = \omega C$$

Leistung

Leistungsmomentanwert, Leistungsschwingung

$$p = u\cdot i$$

Leistungsschwingung bei sinusförmigen Strömen

$$p = P - S\cdot\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

Wirkleistung, Mittelwert der Leistungsschwingung bei Sinus W

$$P = U\cdot I\cdot\cos(\varphi_u - \varphi_i) = S\cdot\cos\varphi = S\cdot\cos\varphi_{ui}$$

Scheinleistung, allgemein in VA

$$S = U\cdot I$$

Blindleistung in var

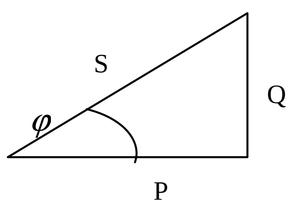
$$Q = U\cdot I\cdot\sin\varphi = S\cdot\sin\varphi$$

Leistungsfaktor

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

Leistungsdreieck

$$S^2 = P^2 + Q^2$$



Leistungsfaktor

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

3. Die komplexe Rechnung $j^2 = -1$

Darstellung

R-Form, Gauß'sche Zahlenebene

$$\underline{A} = a_r + j \cdot a_i = \mathrm{Re}(\underline{A}) + j \cdot \mathrm{Im}(\underline{A})$$

P-Form, Polarkoordinaten

$$\underline{A} = A \cdot e^{j\alpha} = A\angle\alpha$$

Eulersche Formel

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j \cdot \sin\alpha$$

Umrechnung von P- in R-Form

$$a_r = A \cdot \cos\alpha \qquad a_i = A \cdot \sin\alpha$$

Umrechnung von R- in P-Form

$$A = \sqrt{a_r^{\,2} + a_i^{\,2}} \qquad \alpha = \arctan\frac{a_i}{a_r}$$

Rechnen mit komplexen Zahlen

konjungiert komplexe Zahl

$$\underline{A}^* = A \cdot e^{j(-\alpha)} = a_r - j \cdot a_i$$

Addition (R-Form)

$$\underline{C} = a_r + b_r + j(a_i + b_i)$$

Subtraktion (R-Form)

$$\underline{C} = a_r - b_r + j(a_i - b_i)$$

Multiplikation (P-Form)

$$\underline{C} = A \cdot B \cdot e^{j(\alpha+\beta)}$$

Division (P-Form)

$$\underline{C} = \frac{A}{B} \cdot e^{j(\alpha-\beta)}$$

Inversion

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{\underline{A}} = \frac{1}{a_r + ja_i} = \frac{a_r - j \cdot a_i}{a_r^{\,2} + a_i^{\,2}} = \frac{1}{A} \cdot e^{-j\alpha}$$

Verschiedenes

DC-Kopplung: kein Kondensator in Reihe

$\omega \to 0$: L = Kurzschluss
C = Leerlauf

$\omega \to \infty$: L = Leerlauf
C = Kurzschluss

4. komplexes Rechnen in der Wechselstromlehre

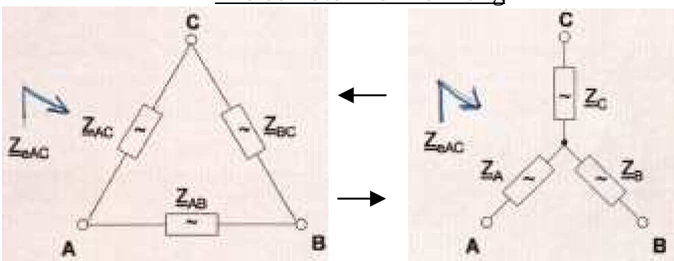
Komplexer Stromteiler

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_2} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

Komplexer Spannungsteiler

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Dreieck-Stern-Umformung



$$\Delta \to Y: \underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{AB} \cdot \underline{Z}_{AC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{AC}}$$

$$Y \to \Delta: \underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_B}{\underline{Z}_C}$$

komplexe Leistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S \cdot e^{j\varphi} = P + jQ = \frac{1}{2}\hat{u}\,\hat{i}^*$$

kompl. Leistung mit Stromeffektivwert (bei Reihenschaltung)

$$\underline{S} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} \cdot I^2 = \frac{I^2}{\underline{Y}} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

Kompl. Leistung mit Spannungseffektivwert (Parallelschaltung)

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{U}^* \cdot \underline{Y}^* = U^2 \cdot \underline{Y}^* = \frac{U^2}{\underline{Z}^*} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

5. Wichtige Betriebsfälle

Leistungsanpassung

optimaler Abschlusswiderstand bei Leistungsanpassung

$$\underline{Z}_{opt} = R_a + jX_a = R_i - jX_i = \underline{Z}_i^* \qquad \underline{Z}'_v = \underline{Z}_i^*$$

Maximale Wirkleistung bei Leistungsanpassung

$$P_{\max} = \frac{U_q^{\,2}}{4 \cdot R_i} = \frac{U_q^{\,2}}{4 \cdot R_a} = \frac{\left|\underline{U}_q\right|^2}{4 \cdot \mathrm{Re}\{\underline{Z}_i\}} = \frac{(Z \cdot I)^2}{4 \cdot R_i}$$

Übertragungswirkungsgrad bei Leistungsanpassung

$$\eta = \frac{I^2 \cdot R_{opt}}{I^2 \cdot (R_i + R_{opt})} = 50\%$$

Betragsanpassung

Abschlusswiderstand für Betragsanpassung

$$R_a = \sqrt{R_i^{\,2} + X_i^{\,2}} = \left|\underline{Z}_i\right| = Z_i$$

Wirkleistung für Betragsanpassung

$$P_a = \frac{U_q^{\,2}}{2(Z_i + R_i)} = \frac{U_q^{\,2}}{2(R_a + R_i)}$$

6.Reihenschwingkreis und Parallelschwingkreis

Widerstand

$$\underline{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

Widerstand bei ω0 Index 0 = Resonanzfall

$$\underline{Z}_0 = R$$

Resonanzkreisfrequenz Resonanzfrequenz

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Strommaximum

$$I_{\max} = I_0 = \frac{U}{R} \text{ bei } U = const$$

Blindwiderstand bei ω0

$$X_0 = X_{L0} = |X_{C0}| = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Güte des Reihenschwingkreises

$$Q = \frac{\omega_0 L I^2}{R I^2} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{X_0}{R} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{f_0}{B_f} = \frac{f_0}{f_{go} - f_{gu}}$$

Spannungserhöhung des Reihenschwingkreises

$$U_{L0} = U_{C0} = QU_{R0} = QU_q$$

Betragsgang

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

Phasengang

$$\varphi_Z(\omega) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Leitwert

$$\underline{Y} = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

Leitwert bei ω0

$$\underline{Y}_0 = G$$

Resonanzkreisfrequenz Resonanzfrequenz

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Spannungsmaximum

$$U_{\max} = U_0 = \frac{I}{G} \text{ bei } I = const$$

Blindleitwert bei ω0

$$B_0 = B_{C0} = |B_{L0}| = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Güte des Parallelschwingkreises

$$Q = \frac{\omega_0 C U^2}{G U^2} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \frac{B_0}{G} = \frac{1}{G} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\omega_0}{B_\omega}$$

Stromüberhöhung des Parallelschwingkreises

$$I_{L0} = I_{C0} = \frac{B_0}{G} I_G = Q I_G = Q I_q$$

Betragsgang

$$Y(\omega) = \sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

Phasengang

$$\varphi_Y(\omega) = \arctan \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}$$

technische Schwingkreise

techn. Reihenschwingkreis, Kreisfrequenz ??

$$\omega = \omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{L}{R_C^2 \cdot C}}$$

techn. Reihenschwingkreis, Frequenz ??

$$f = f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{L}{R_C^2 \cdot C}}$$

Widerstand des techn. || Schwingkreises bei Resonanz

$$Z_{res} = Z_{(f_{res})} = \frac{1}{R} \cdot \frac{L_e}{C_e}$$

techn. Parallelschwingkreis, Kreisfrequenz

$$\omega = \omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R_L^2 C}{L}} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{R_L^2 \cdot C}{L}}$$

techn. Parallelschwingkreis, Frequenz

$$f = f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R_L^2 C}{L}} = f_o \cdot \sqrt{1 - \frac{R_L^2 C}{L}}$$

Güte des techn. Parallelschwingkreises

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \sqrt{1 - R^2 \cdot \frac{C}{L}}$$

gemeinsame Kenngrößen

obere/untere Grenzfrequenz

$$f_{go} \cdot f_{gu} = f_o^2$$

$$f_{go/gu} = f_0 \cdot \left(\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \pm \frac{1}{2Q} \right) \approx f_0 \cdot \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right) = f_0 \pm \frac{B_f}{2}$$ (Näherung für Q>>1)

Bandbreite

$$B_f = f_{go} - f_{gu} = \frac{f_0}{Q} \qquad B_\omega = \omega_{go} - \omega_{gu} = \frac{\omega_0}{Q}$$

Kreisdämpfung

$$d = \frac{1}{Q}$$

Leistung/Frequenz

$$P_{f_{go}/f_{gu}} = \frac{1}{2} P_{f_0} \qquad \frac{I(f_g)}{I_{\max}} = \frac{U(f_g)}{U_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

allgemeine Definition der Güte

$$Q = \frac{|Blindleistung(\omega = \omega_0)|}{Wirkleistung(\omega = \omega_0)}$$

Leistung und Grenzfrequenz

$$P_{f_{go}/f_{gu}} = \frac{1}{2} P_{f_0}$$

7. Ersatzquellenverfahren

- Bis auf eine Quelle alle anderen stilllegen („Kringel“ enfernen)

- Den durch die eine aktive Quelle verursachten Spannungs- und Stromanteil in einem Zweig berechnen und aufschreiben

- Durch sämtliche anderen Quellen verursachten Teilströme in diesem Zweig nach dem gleichen Schema berechnen und aufschreiben

- Sind alle Quellen aktiv, ergibt sich die gesamte Spannung oder der gesamte Strom in dem untersuchten Zweig durch Addition aller aufgeschriebenen Teilspannungen oder Teilströme

8. Wechselstrom-KPA

1. Netzwerk vereinfachen (Weglassen von Widerständen in Reihe zu idealer Stromquelle und parallel zu idealer Spannungsquelle)
2. Reale Spannungsquellen in entsprechende Stromquellen umwandeln. Ideale Spannungsquellen zunächst weglassen. Diese werden bei der Modifikation berücksichtigt.
3. Bezugsknoten festlegen.
4. Knoten durchnummerieren
5. Erstellen der Knotenleitwertmatrix
- Auf der Hauptdiagonalen Summe der Leitwerte an jedem Knoten eintragen
- Oberes Dreieck mit den Werten zwischen den Knotenpunkten füllen und diese negieren
- Werte an der Hauptdiagonalen spiegeln

$$[\underline{Y}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} & \cdots & \underline{y}_{1n} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \underline{y}_{n1} & \cdots & \cdots & \underline{y}_{nn} \end{bmatrix}$$

6. Erstellen des Stromquellenvektors
- Ströme zu den Knotenpunkten in Stromvektor eintragen (zufließende positiv)
- Kontrolle durch Knoten 0
7. Sind ideale Spannungsquellen vorhanden (Superknoten), so sind Knotenleitwertmatrix und Stromquellenvektor zu modifizieren. Alle Elemente des Superknotens addieren und die übrigen Zeilen durch Spannungsgleichungen ersetzen.
8. Lösen des Gleichungssystems

WICHTIG: mit Leitwerten arbeiten!
- die Hauptdiagonalelemente sind gleich der Summe aller Leitwerte
- die übrigen Matrixelemente enthalten den negativen Leitwert zwischen Knoten i und k
- die Matrix ist symmetrisch zur Hauptdiagonalen
- die Komponenten des Stromquellenvektors sind gleich der Summe aller Quellenströme die am entsprechenden Knoten zufließen und damit positiv bzw. abfließen und damit negativ gezählt werden.

danach: Rücktransformation

9. Ortskurven

Bestimmung einer umfangreichen Schaltung

- mit Bauelement (R,L,C) und Ebene (Z,Y) beginnen, in der die Ortskurve eine Gerade ergibt
- ||-Schaltung: Addition in Y
- +-Schaltung: Addition in Z
- Inversion: Spiegeln der Orstkurve an der reellen Achse mit reziproker Zeigerlänge

10. HF-Tapete

Reihenschaltung: größere Impedanz dominiert
Parallelschaltung: kleinere Impedanz dominiert

11. Das Bodediagramm

Spannungs-Übertragungsfaktor

$$\underline{A}_u(\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = 10^{\frac{a_u}{20}}$$

Eckkreisfrequenz, -3dB-Grenzfrequenz

$$\omega_e = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}$$

Amplitude

$$a_u = 20\lg(A_u)dB = 20\lg(\frac{U_a}{U_e})dB$$

$$a_i = 20\lg(A_i)dB = 20\lg(\frac{I_a}{I_e})dB$$

Bodediagramm aus bekannter Ortskurve

Zeiger von $\omega = 0\, bis\, \omega = \infty$

Amplitude: Länge des Zeigers
Phasengang: Winkel zur reellen Achse

Bodediagramm aus Übertragungsfunktion

Übertragungsfunktion in der Form $\frac{1}{Nenner}$ aufstellen

höchste Potenz: Maß für Steigung im Amplitudengang

$\omega - Terme$: Steigung $\pm 20db / Dekade$

$\omega^2 - Terme$: Steigung $\pm 40db / Dekade$

$\omega^3 - Terme$: Steigung $\pm 60db / Dekade$

Verstärkerschaltung

$A_{u1}(\omega) \cdot A_{u2}(\omega) \cdot ... \cdot V_{u1} \cdot V_{u2} \cdot ... = A_u(\omega)$

Einzeln aufzeichnen und addieren

12. Das Kreisdiagramm

||R liegt auf B-Kreis (zum Nullpunkt hin)
||L liegt auf G-Kreis (gegen Uhrzeigersinn)
||C liegt auf G-Kreis (im Uhrzeigersinn)
+R waagrecht nach rechts
+L senkrecht nach oben
+C senkrecht nach unten

Transformationsschaltung

$\underline{Z}'_v = \underline{Z}_i^*$ und keine Wirkwiderstände

13. Technische Grundzweipole

techn. Widerstände

Grenzfrequenz niederohmig

$$f_g = \frac{R}{2\pi L_e}$$

hochohmig

$$f_g = \frac{G}{2\pi C_e} = \frac{1}{2\pi RC_e}$$

14. Drehstromsysteme

symmetrisch, Verbraucher in Y

$\underline{U}_{q1} + \underline{U}_{q2} + \underline{U}_{q3} = 0$

$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$

Phasenspannung, Sternspannung

$U_Y = U_{ph} = U_q = U_{q1} = U_{q2} = U_{q3} = U_{strang}$

Außenleiterspannung, verkettete Spannung, Dreieckspannung

$U = U_{verk} = U_\Delta = U_{12} = U_{23} = U_{31}$

Beziehung zw. Phasen- und verketteter Spannung

$U_{verk} = \sqrt{3} \cdot U_{ph}$ $\qquad U = \sqrt{3} \cdot U_q$

Symmetrische Belastung am Vierleitersystem

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$ $\underline{Z}_{L1} = \underline{Z}_{L2} = \underline{Z}_{L3} = 0$

$\Rightarrow \underline{I}_N = 0 \Rightarrow \underline{U}_{KN} = 0$ $\qquad \underline{U}_1 = \underline{U}_{q1} \cdots$

$I_L = I_1 = I_2 = I_3$ $\qquad I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0$

gesamte Wirkleistung

$p = P = S \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_{ph} \cdot I_L \cdot \cos\varphi$

$= \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I_{L} \cdot \cos\varphi = 3 \cdot \frac{U_q^2}{Z} \cos\varphi = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$

gesamte Scheinleistung

-komplex

$\underline{S}_Y = 3 \cdot U_q^2 \cdot \underline{Y}^* = 3 \cdot I^2 \cdot \underline{Z} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I e^{j\varphi}$

-betragsmäßig

$S = \frac{P}{\cos\varphi} = 3 \cdot U_{ph} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I_L = 3 \cdot \frac{U_q^2}{Z}$

$= 3 \cdot U_q \cdot I = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$

gesamte Blindleistung

$Q = S \cdot \sin\varphi = 3 \cdot U_{ph} \cdot I_L \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I_L \cdot \sin\varphi$

$= 3 \cdot \frac{U_q^2}{Z} \cdot \sin\varphi = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$

(teilweise) Blindleistungskompensation

P=const., S minimieren, Q=0 bzw. reduzieren

$C = \frac{Q - Q'}{\omega \cdot U^2}$ $\qquad C_Y = \frac{Q - Q'}{3\omega U_q^2}$ $\qquad C_\Delta = \frac{Q - Q'}{3\omega U^2}$

vollständige Blindleistungskompensation

$Q_{gesamt} = Q + Q_{komp} = 0$ $\qquad \varphi_{gesamt} = 0$ $\qquad \cos\varphi_{gesamt} = 1$

symmetrisch, Verbraucher in Dreieck

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$ $\qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$ $\qquad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$

$\underline{S}_\Delta = U^2 (\underline{Y}_{12}^* + \underline{Y}_{23}^* + \underline{Y}_{31}^*)$

$\underline{S}_\Delta = 3U^2 \underline{Y}^*$

$Spannung\ \Delta : \sqrt{3} \bullet Spannung\ in\ \mathrm{Y}$

$Leistung\ \Delta : 3 \bullet Leistungsaufnahme\ in\ \mathrm{Y}$

unsymmetrisch, Verbraucher in Y

Leistung allgemein

$\underline{S} = P + jQ = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$

von der Quelle abgegebene Leistung

$\underline{S}_{Quelle} = \underline{U}_{q1} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{q2} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{q3} \cdot \underline{I}_3^*$

Nullleiterspannung, Verschiebespannung (nur bei $\underline{Z}_N \neq 0$)

$$\underline{U}_{KN} = \underline{U}_N = \frac{\underline{U}_{q1} \cdot \underline{Y}_1 + \underline{U}_{q2} \cdot \underline{Y}_2 + \underline{U}_{q3} \cdot \underline{Y}_3}{(\underline{Y}_N) + \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

Bedingung für Nullleiterspannung =0

$\underline{U}_N = 0$

$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

$\underline{U}_{q1} \cdot \underline{Y}_1 + \underline{U}_{q2} \cdot \underline{Y}_2 + \underline{U}_{q3} \cdot \underline{Y}_3 = 0$

Leitungsverluste

$P_{verl} = P_{LTG} \cdot I^2$ $\qquad \frac{P'_{verluste}}{P_{verluste}} = \left(\frac{I'}{I}\right)^2 = \left(\frac{S'_{ges}}{S_{ges}}\right)^2$

Spulen

Selbstinduktivität, gleichsinnig

$L_{ges+} = L_1 + L_2 + 2M$

Selbstinduktivität, gegensinnig

$L_{ges-} = L_1 + L_2 - 2M$

Gegeninduktivität

$$M = \frac{L_{ges+} - L_{ges-}}{4}$$

15. Der Transformator

Übersetzungsverhältnis, Windungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

Spannungsverhältnis des idealisierten Trafos

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$$

Stromverhältnis des idealisierten Trafos

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{1}{\ddot{u}}$$

Kopplungsfaktor

$$k = \sqrt{k_{12}k_{21}} = \frac{G_{mh}}{\sqrt{G_{m1}G_{m2}}} = \sqrt{\frac{M_{21}M_{12}}{L_1L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$$

Transformationsgleichungen im Zeitbereich

$$u_1 = R_1i_1 + L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = R_2i_2 + L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$$

komplexe Transformationsgleichung, verlustbehaftet

$$\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\omega L_1\underline{I}_1 + j\omega M\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = R_2\underline{I}_2 + j\omega L_2\underline{I}_2 + j\omega M\underline{I}_1$$

komplexe Transformationsgleichung, verlustlos $R_1 = R_2 = 0$

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1\underline{I}_1 + j\omega M\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2\underline{I}_2 + j\omega M\underline{I}_1$$

Selbstinduktivität der Primärspule

$$L_1 = N_1^2 \cdot G_{m1}$$

Selbstinduktivität der Sekundärspule

$$L_2 = N_2^2 \cdot G_{m2}$$

Gegeninduktivität

$$M = N_1 \cdot N_2 \cdot G_{mh} = k \cdot \sqrt{L_1L_2}$$

komplexer Eingangswiderstand bei sekündärseitigem **Leerlauf**

$$\underline{Z}_e = R_1 + j\omega L_1$$

komplexer Eingangswiderstand bei sekundärseitiger **Belastung**

$$\underline{Z}_e = R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j\omega L_2 + \underline{Z}_a}$$

komplexer Eingangswiderstand bei sekundärseitigem **Kurzschluss**

$$\underline{Z}_e = R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j\omega L_2}$$

Verhältnis der Spulen

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2}$$

der ideale Transformator $R_1 = R_2 = 0, G_{mh} \to \infty$

Spannungsverhältnis $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$ k=1

Stromverhältnis $\frac{I_2}{I_1} = -\ddot{u} = -\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = -\frac{N_2}{N_1}$

Eigangswiderstand $\underline{Z}_e = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_2 \cdot \ddot{u}}{-\underline{I}_2/\ddot{u}} = \underline{Z}_a \cdot \ddot{u}^2$

3 Spulen

$$u_p = u_1 + u_2 = L_1\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} + M_{13}\frac{di_3}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + M_{21}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_3}{dt}$$

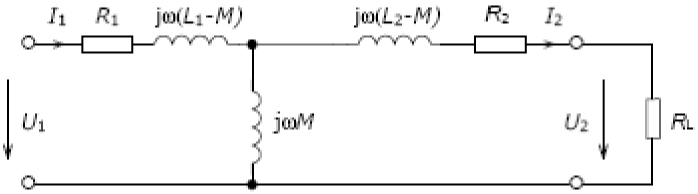
$$= (L_1 + L_2 + 2M_{21})\frac{di_p}{dt} + (M_{13} + M_{23})\frac{di_3}{dt}$$

$$= L_p\frac{di_p}{dt} + M_{ps}\frac{di_3}{dt}$$

$$u_s = L_3\frac{diL3}{dt} + M_{31}\frac{di_p}{dt} + M_{31}\frac{di_1}{dt} + M_{32}\frac{di_2}{dt} = L_3\frac{di_s}{dt} + (M_{31} + M_{32})\frac{di_p}{dt}$$

$$= M_{sp}\frac{di_p}{dt} + L_s\frac{di_s}{dt} \qquad M_{sp} = M_{ps}$$

16. Die T-Ersatzschaltung



+ Für KPA, MSA
- L_1-M bzw. L_2-M können negativ sein
- galvanische Trennung nicht sichtbar

Anhang 1 : Vorsätze von Maßeinheiten

T Tera 10^{12}	d Dezi 10^{-1}
G Giga 10^{9}	c Zenti 10^{-2}
M Mega 10^{6}	m Milli 10^{-3}
k Kilo. 10^{3}	µ Mikro 10^{-6}
h Hekto 10^{2}	n Nano 10^{-9}
da Deka 10^{1}	p Piko 10^{-12}

Anhang 2 : Umrechnung von Grad in Bogenmaß

Grad in Bogenmaß

$$\frac{\text{"}gegebene\,Gradzahl\text{"}}{180}\cdot\pi = gesuchtes\,Bogenmaß$$

Bogenmaß in Grad

$$\frac{\text{"}gegebenes\;Bogenmaß\text{"}}{\pi}\cdot 180 = gesuchtes\,Gradmaß$$

Anhang 3: Geometrische Formeln

Kreis $A = \pi r^2 \quad U = \pi d = 2\pi r$

Kreisring $A = \frac{\pi}{4}(d_2{}^2 - d_1{}^2)$

Zylinder $A = 2\pi r h$

Kugel $A = d^2\pi = 4\pi r^2$ $\qquad V = \frac{d^3\pi}{6}$

Pyramide $V = \frac{l b h}{3}$

Kegel $V = \frac{d^2\pi h}{12}$