
Aufgabe II.2.4

a) Differenzengleichung: $u_1(t) + u_1(t - t_0) = u_2(t)$

Stoßantwort: $u_1(t) = \delta(t)$

$$h(t) = u_2(t) = \delta(t) + \delta(t - t_0)$$

b) Sprungantwort aus der Stoßantwort

$$h_\sigma(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t (\delta(\tau) + \delta(\tau - t_0)) d\tau = \sigma(t) + \sigma(t - t_0)$$

c) Übertragungsfunktion

$$h(t) = \delta(t) + \delta(t - t_0) \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad H(f) = 1 + e^{-j2\pi f_0 t}$$

Nun braucht man ein paar Umformungen:

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x \quad \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos(\alpha)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow H(f) &= 1 + \cos(2\pi f_0 t) + j \sin(-2\pi f_0 t) = 1 + \cos(2\pi f_0 t) - j \sin(2\pi f_0 t) \\ &= 2 \cos(\pi f_0 t)^2 - j 2 \sin(\pi f_0 t) \cos(\pi f_0 t) = 2 \cos(\pi f_0 t) \cdot \left(\cos(\pi f_0 t) - j \sin(\pi f_0 t) \right) \\ &= 2 \cos(\pi f_0 t) e^{-j\pi f_0 t} \end{aligned}$$

$$|H(f)| = |2 \cos(\pi f_0 t)| \quad \arg\{H(f)\} = -\pi f_0 t$$