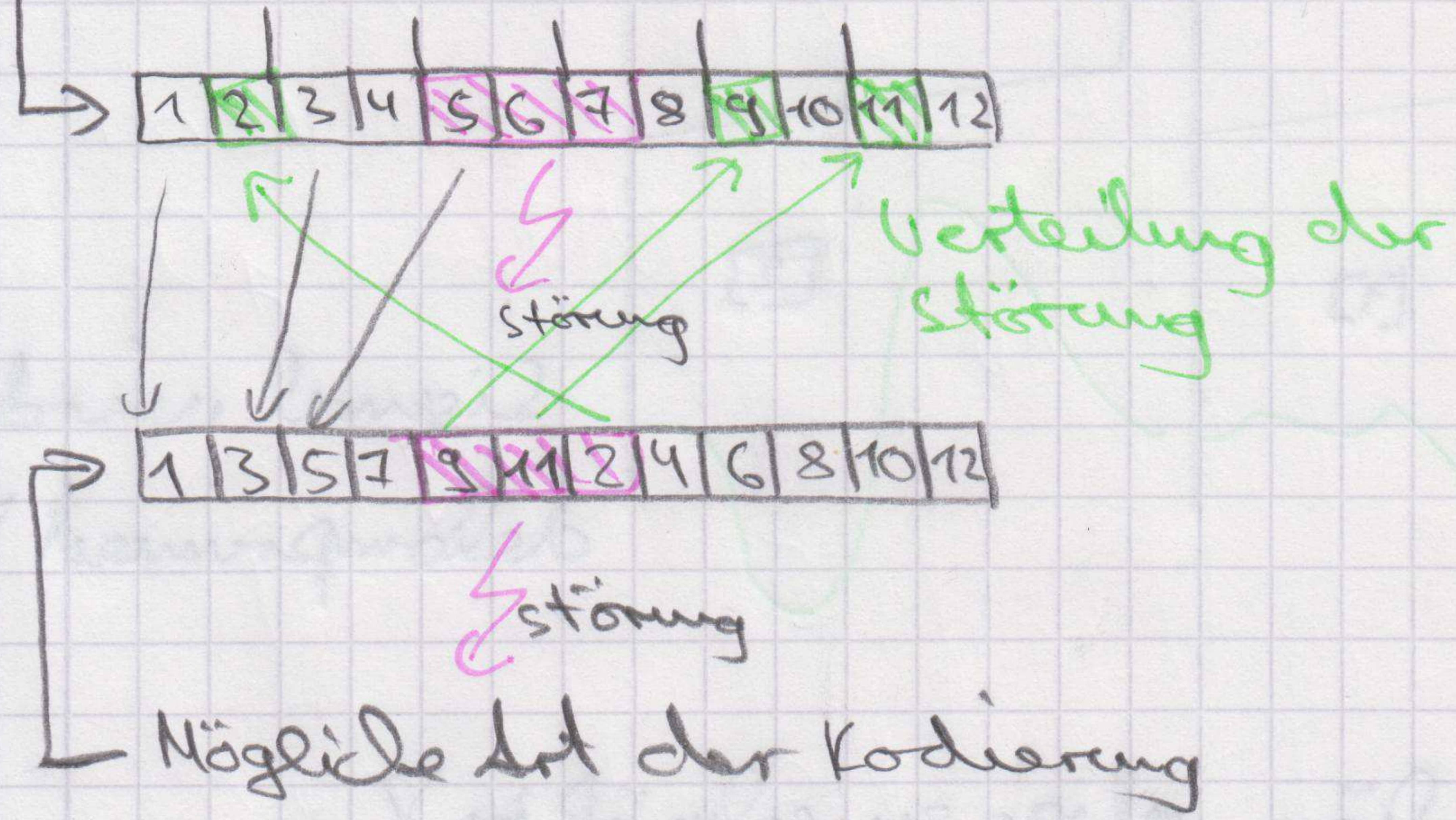


Übertragung von einzelnen Bits

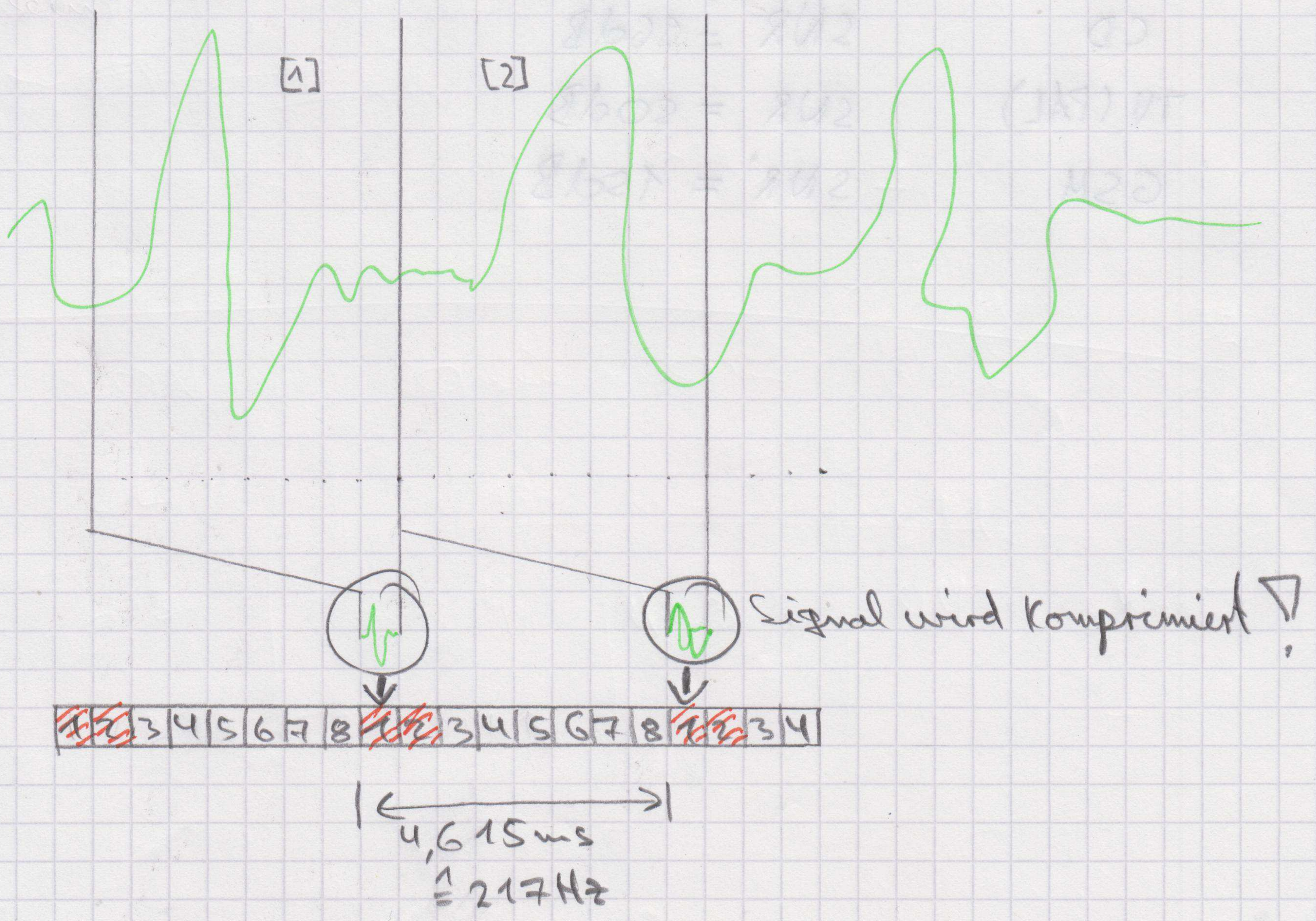


Übertragung der Bitfolge

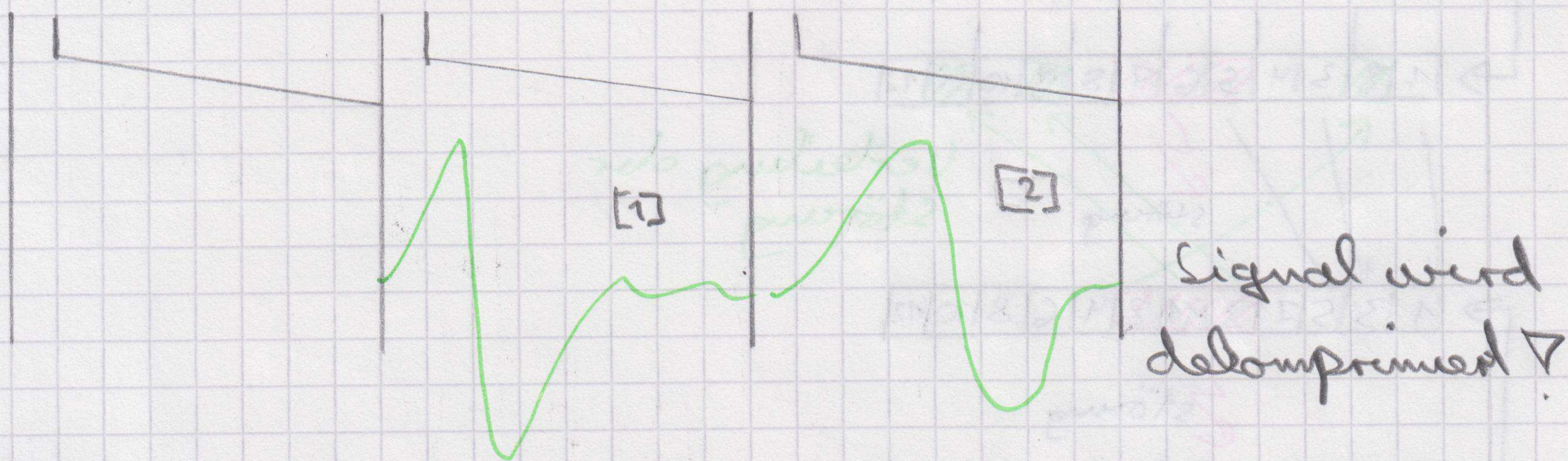
0110111010110001



Multiplexierung (Bsp: GSM): Zeitmultiplex (TDM)



1/2/3/4/5/6/7/8 1/2/3/4/5/6/7/8 1/2/3/4



Darstellung nicht schön, aber zweckmäßig!

→ Signal-Rausch-Verhältnis

$$SNR = \frac{P_s}{P_n} \quad (= S_N = \frac{S}{N}) \quad \text{< Signal to Noise Ratio >}$$

$$SNR_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_s}{P_n}\right) \text{ dB}$$

↑ Pseudo Einheit

Bsp: UKW

$$SNR_{dem/dB} \geq 60 \text{ dB}$$

CD

$$SNR = 96 \text{ dB}$$

TV (PAL)

$$SNR = 50 \text{ dB}$$

GSM

$$SNR = 15 \text{ dB}$$

Bsp: Aktienkurs

③

Nokia Aktie (Vorschläge der Studenten):

20,03

Summe: Gleichverteilung

17,98

Differenz: $20,03 - 1,50$

$= 18,53$

4,30

→ 1853 mögliche Werte

1,50

Wahrscheinlichkeit für richtiges

Raten: $\frac{1}{1853} = 0,00054$

Information: Schlusskurs 18.3.13: 2,58

2,53

Differenz: $2,64 - 2,45 = 0,19$

2,60

→ nur noch 19 mögliche Werte

2,64

Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{19} = 0,052$

2,45

→ Aktienkurs 19.3.13 (8:35): 2,59

Relative Häufigkeit des Ereignisses A_i :

$1 \leq i \leq m$

$m = 6$ (Würfel)

m ... Anzahl der Ereignisse

$h_i = \frac{\text{Anzahl der erfolgreichen Versuche}}{\text{Gesamtanzahl}} = \frac{K(A_i)}{n}$

Zufallsgröße $\hookrightarrow$

→ Bsp: A_2 (".)

$n = 1000$

$K(A_2) = 200$

$h_i = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 0,2$

④

↓
Wahrscheinlichkeit des i -ten Ereignisses

↓
determiniert

$$P_c = 0$$

"unmögliches Ereignis"

$$P_c = 1$$

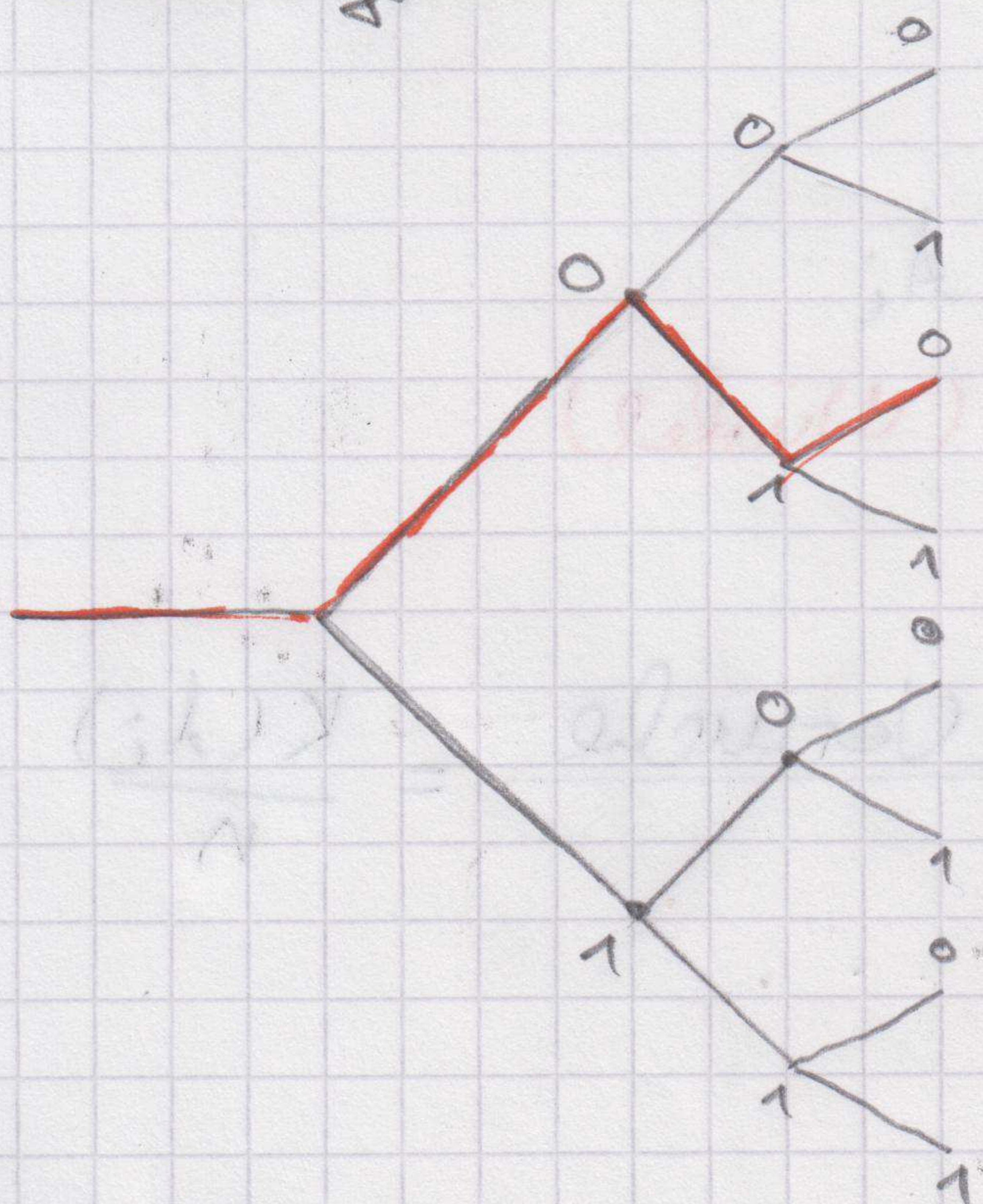
"sidere Ereignis"

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1$$

$$P_1 = P_2 = \dots P_m = \frac{1}{m}$$

Bsp: Würfel : $m = 6$: $P_1 = P_2 = \dots P_6 = \frac{1}{6}$

Entscheidungsbaum



$m = 2$ mögliche Zustände

$m = 2$ Halbit

$$H_0 = \log_2(m) \text{ bit}$$

$$= \log\left(\frac{1}{P_i}\right) \text{ bit}$$

Entscheidungsgehalt $H_0 = 3 \text{ bit}$

↑ ↑ ↑
1 bit 1 bit 1 bit

Bsp: Deutsche Sprache:

$$a-z \cup \text{ } \rightarrow m = 27$$

wenn Buchstaben gleichverteilt, dann wäre

$$P(a) = P(b) = P(z)$$

$$P_i = \frac{1}{m} = \frac{1}{27} \rightarrow H_0 = \lg(27) \text{ bit} = 4,75 \text{ bit}$$

$$\boxed{\lg x = \frac{\lg x}{\lg 2} = \frac{\ln x}{\ln 2}}$$

Ungleichverteilung

$$P_1 \neq P_2 \neq \dots \neq P_m$$

Informationsgehalt des i-ten Zeichens:

$$I(x_i) = \lg \frac{1}{P(x_i)} \text{ bit}$$

Bsp: Deutsche Sprache

$$P(e) = 0,14 \rightarrow I(e) = 2,84 \text{ bit}$$

$$P(z) = 0,009 \rightarrow I(z) = 6,8 \text{ bit}$$

Mittlerer Informationsgehalt eines Zeichens:

$$H = P(x_1) \cdot I(x_1) + P(x_2) \cdot I(x_2) + \dots + P(x_m) \cdot I(x_m)$$

$$= \sum_{i=1}^m P(x_i) \cdot I(x_i) = \sum_{i=1}^m P(x_i) \cdot \lg \frac{1}{P(x_i)} \text{ bit}$$

Bsp: Entropie des sicheren Ereignisses:

$$P_1 = 1 \rightarrow \sum_{i=1}^m P_i = 1$$

$$\rightarrow P_2 = P_3 = \dots = P_m = 0$$

$$H = \left(P_1 \cdot \lg\left(\frac{1}{P_1}\right) + P_2 \cdot \lg\left(\frac{1}{P_2}\right) + \dots + P_m \cdot \lg\left(\frac{1}{P_m}\right) \right) \text{ bit}$$

$$= \left(1 \cdot \lg(1) + 0 \cdot \lg\left(\frac{1}{0}\right) + \dots + 0 \cdot \lg\left(\frac{1}{0}\right) \right) \text{ bit}$$

$$= 0$$

Binärquelle: $m=2$

$$P_0 \neq P_1$$

$$P_0 + P_1 = 1$$

$$P_1 = 1 - P_0$$

$$H = \left(P_0 \cdot \lg\left(\frac{1}{P_0}\right) + P_1 \cdot \lg\left(\frac{1}{P_1}\right) \right) \text{ bit}$$

$$= \left(P_0 \cdot \lg\left(\frac{1}{P_0}\right) + (1 - P_0) \cdot \lg\left(\frac{1}{1 - P_0}\right) \right) \text{ bit}$$

$$H_{\max} = H_0 = \lg(m) \text{ bit}$$

Maximale Entropie bei Gleichverteilung

→ Redundanz („überflüssige Information“)

$$R = H_{\max} - H = H_0 - H$$

Bsp: Deutsche Sprache:

$$H_0 = 4,75 \text{ bit}$$

$$H = \left(P(a) \cdot \lg\left(\frac{1}{P(a)}\right) + \dots + P(e) \cdot \lg\left(\frac{1}{P(e)}\right) + \dots \right) \text{ bit}$$

$$H_{\text{einzelnes Zeichen}} = 4,037 \text{ bit}$$

$$R_{\text{einzelnes Zeichen}} = 4,75 \text{ bit} - 4,037 \text{ bit} = 0,713 \text{ bit}$$

Berücksichtigung von Buchstabenkombinationen

$$H_u = 1,6 \text{ bit} \quad R_u = 4,75 \text{ bit} - 1,6 \text{ bit} = 3,15 \text{ b}$$

$$r_u = \frac{R_u}{H_0} = 0,66 = 66 \%$$