

Durchflutungsgesetz:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{s} = \int_A (\vec{S} + \frac{d\vec{D}}{dt}) d\vec{A} = \sum i = \Theta$$

- H magnetische Feldstärke [A/m]
- S elektrische Stromdichte [A/m²]
- D Verschiebungsstromdichte [As/m²]
- Θ Durchflutung (Summe aller Ströme) [A]

Magnetische Feldstärke und Flussdichte:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \cdot \vec{B} \quad \text{bzw.} \quad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

Permeabilität:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Feldkonstante:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

Magnetischer Fluss:

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad \Phi = B \cdot A$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_{mges}} \quad R_{mges} = \frac{\Theta}{\Phi} \quad R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{N \cdot i}{B \cdot A} = \frac{N \cdot i}{\mu \cdot H \cdot A} = \frac{(N \cdot i) \cdot L}{\mu \cdot (N \cdot i) \cdot A} = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

2.2.1

Elektrischer Stromkreis		Magnetischer Kreis	
Spannung	U [V]	Durchflutung, magn. Spannung	Θ [A] V [A]
Strom	i [A]	Magn. Fluss	Φ [Vs]
Widerstand	Ohm [Ω], [V/A]	Magn. Widerstand	R _m [A/Vs]

2.2.2

$$\boxed{B = \mu \cdot H \Rightarrow B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_{Fe} = \mu_0 \cdot H_\delta \Rightarrow \mu_r \cdot H_{Fe} = H_\delta}$$

$$\boxed{\Theta = I \cdot N = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_\delta \cdot l_\delta}$$

$$\boxed{R_{mFe} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}}$$

$$\boxed{R_{mL} = \frac{\delta}{\mu_0 \cdot A}}$$

2.2.5

$$\boxed{\Theta = I_E \cdot N_E = 2 \cdot V_\delta}$$

2.3.1

$$\boxed{P_V \sim B^2 \cdot f \cdot V}$$

2.3.2

$$\boxed{U \sim \frac{d\Phi}{dt} \sim f \cdot B} \quad \left| \quad P_V \sim \frac{U^2}{R} \sim f^2 \cdot B^2 \right.$$

2.4 Induktionsgesetz

$$\int_S \vec{E} d\vec{s} = e = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} d\vec{A} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \overline{u_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}}$$

$$\boxed{u_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = A \cdot \frac{dB(t)}{dt}}$$

$$\boxed{u_i(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt}}$$

$$u_i(t) = \hat{U}_i \cdot \cos(\omega t) \text{ folgt } \Phi(t) = \frac{1}{N} \cdot \int u_i(t) = \frac{U_i}{N} \cdot \int \cos(\omega t) = \frac{U_i}{\omega \cdot N} \sin(\omega t) + C$$

$$\boxed{\hat{\Phi} = \frac{\hat{U}_i}{\omega \cdot N} = \frac{U_i}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N} = \frac{U_i}{4,44 \cdot f \cdot N}}$$

2.4.3.1

$$\boxed{U_i = B \cdot l \cdot v}$$

2.4.4 Selbstinduktion

$$\boxed{u_i(t) = \frac{N^2}{R_m} \cdot \frac{di}{dt}} \quad \boxed{L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} \left[\frac{Vs}{A} \right]} \quad \left| \quad u_i(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \right.$$

2.5 Transformator

$$u_1(t) = i_1 \cdot R_1 + N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} \quad u_1(t) = i_1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$u_2(t) = i_2 \cdot R_2 + N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} \quad u_2(t) = i_2 \cdot R_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_h + \Phi_{1\sigma} & L_1 &= L_{1h} + L_{1\sigma} & \Phi_h &= \frac{N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2}{R_{mh}} \\ \Phi_2 &= \Phi_h + \Phi_{2\sigma} & L_2 &= L_{2h} + L_{2\sigma} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{1\sigma} &= \frac{N_1 \cdot I_1}{R_{m1\sigma}} & \Phi_{2\sigma} &= \frac{N_2 \cdot I_2}{R_{m2\sigma}} & X_{1\sigma} &= 2\pi \cdot f \cdot L_{1\sigma} \\ & & & & X_{2\sigma} &= 2\pi \cdot f \cdot L_{2\sigma} \end{aligned}$$

$$L_{1\sigma} = \frac{N_1^2}{R_{m1\sigma}} \quad L_{2\sigma} = \frac{N_2^2}{R_{m2\sigma}}$$

$$L_{1h} = \frac{N_1^2}{R_{mh}} = N_1 \cdot \frac{\Phi_h}{I_\mu} \quad \text{und} \quad X_{1h} = 2\pi \cdot f \cdot L_{1h}$$

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_{11}}{U_{i2}}$$

$$\begin{aligned} U'_2 &= \ddot{u} \cdot U_2 & \underline{U}_1 &= R_1 \cdot \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_h \\ I'_2 &= \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_2 & \underline{U}'_2 &= -R_2 \cdot \underline{I}'_2 - jX'_{2\sigma} \cdot \underline{I}'_2 + \underline{U}_h \\ R'_2 &= \ddot{u}^2 \cdot R_2 & \underline{U}_h &= \frac{I_1 - I'_2}{\frac{1}{jX_h} + \frac{1}{R_{Fe}}} \\ X'_{2\sigma} &= \ddot{u}^2 \cdot X'_{2\sigma} \end{aligned}$$

2.5.2.1 Leerlauf

$$U_{1N} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{\Phi}_h$$

$$U_{2N} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_2 \cdot \hat{\Phi}_h$$

$$U_{1N} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

$$R_{Fe} = \frac{U_{1N}^2}{P_{10}}$$

$$I_{Fe} = \frac{U_{1N}}{R_{Fe}}$$

$$I_\mu = \sqrt{I_{10}^2 - I_F^2}$$

$$X_h = \frac{U_{1N}}{I_\mu}$$

2.5.2.3 Kurzschluss

$$R_K = R_1 + R'_2$$

$$X_K = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} \quad U_{1K} = I_{1N} \cdot Z_K = I_{1N} \cdot \sqrt{R_K^2 + X_K^2}$$

$$R_K = \frac{P_{1K}}{I_{1N}^2}$$

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1N}}$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} \quad u_K = \frac{U_{1K}}{U_{1N}} \quad I_{dK} = \frac{I_{1N}}{u_K}$$

2.5.2.5 Einschaltstrom

$$u_1(t) = i_1 \cdot R_1 + N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt}$$

2.6.1

$$|F = B \cdot l \cdot i|$$

3.2.4 Gleichstrommotor

- τ_p Polteilung (Weglänge in Umfangsrichtung, die einem Pol zugeordnet ist)
- B_{Lx} Flussdichteverlauf im Luftspalt
- B_L Flussdichte unter dem Hauptpol
- B_m mittlere Flussdichte über einer Polteilung
- α Polabdeckungsfaktor (Anteil des Hauptpols an der Polteilung)

$$\tau_p = \frac{d_A \cdot \pi}{2 \cdot p} \quad \begin{array}{l} d_A \text{ Ankerdurchmesser (Rotordurchmesser)} \\ p \text{ Polpaarzahl (2p ist die Polzahl)} \end{array}$$

- B_m mittlere Flussdichte
- l Ankerlänge
- d_A Ankerdurchmesser
- p Polpaarzahl
- τ_p Polteilung
- n Drehzahl

$$U_{il} = 2p \cdot \Phi \cdot n \quad U_i = \frac{z_A \cdot p}{a} \cdot \Phi \cdot n \quad c = \frac{z_A \cdot p}{a} \quad U_i = c \cdot \Phi \cdot n$$

$$M_1 = \frac{p}{\pi} \cdot I_s \cdot \Phi \quad M_1 = \frac{p}{\pi} \cdot \frac{I_A}{2a} \cdot \Phi \quad M = \frac{c}{2\pi} \cdot \Phi \cdot I_A$$

3.3.2 System Diff. Gleichungen

Ankerkreis (Maschengleichung)	$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{di_A}{dt} + u_i(t)$
Induzierte Spannung	$u_i(t) = c \cdot \Phi \cdot n(t)$
Drehmoment (Luftspaltpmoment)	$m_M(t) = \frac{c}{2\pi} \cdot \Phi \cdot i_A(t)$
Bewegungsgleichung	$m_M(t) - m_W(t) = 2\pi \cdot J \cdot \frac{dn}{dt}$
Erregerkreis	$u_E(t) = R_E \cdot i_E(t) + \frac{d\Phi}{dt}$

- u_A Anker-Klemmenspannung
 i_A Ankerstrom
 u_E Erregerspannung (bei elektrische erregter GM)
 i_E Erregerstrom
 m_{Mi} Motor-Luftspaltpmoment („Inneres Moment“)
 m_M Motormoment (Wellenmoment)
 m_W Widerstandsmoment an der Motorwelle
 R_A Ankerwiderstand [Ohm]
 L_A Ankerinduktivität [Henry]
 J Motor-Trägheitsmoment [kg m²]

Ankerkreis (Maschengleichung)	$U_A = R_A \cdot I_A + U_i$
Induzierte Spannung	$U_i = c \cdot \Phi \cdot n$
inneres Drehmoment (Luftspaltpmoment)	$M_{Mi} = \frac{c}{2\pi} \cdot \Phi \cdot I_A$
Bewegungsgleichung (Momentengleichgewicht)	$M_M = M_W$
Erregerkreis	$U_E = R_E \cdot I_E$

$$U_{IN} := \frac{P_N}{I_N}$$

$$R_A := \frac{U_N - U_{IN}}{I_N}$$

- Nennleistung: $P_N = M_N \cdot 2\pi \cdot n_N$
 Nenndrehzahl: n_N
 Nennspannung: U_{AN}
 Nennstrom: I_{AN}
 Erregernennspannung: U_{EN}
 Erregernennstrom: I_{EN}

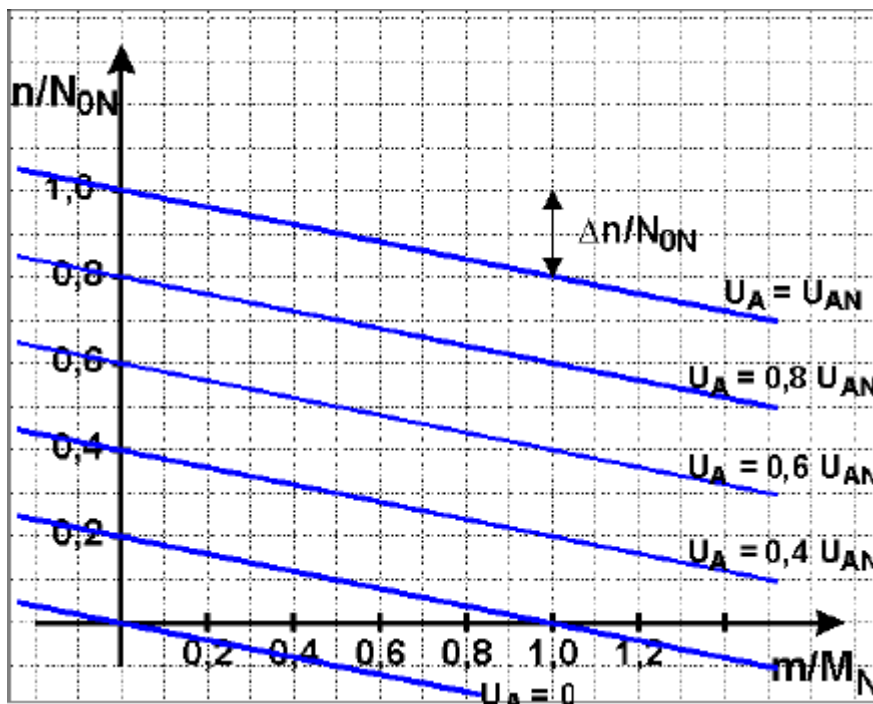
$P_E = U_E \cdot I_E$	Erreger-Leistung
$P_{EN} = U_{EN} \cdot I_{EN}$	Erreger-Nennleistung
$P_{VE} = P_E$	Erregerverluste

$P_0 = U_A \cdot I_A$	zugeführte elektrische Leistung
$P_{0N} = U_{AN} \cdot I_{AN}$	elektrische Leistung im Nennpunkt
$P_{VA} = I_A^2 \cdot R_A$	Ankerverluste (elektrische Verlustleistung im Ankerwiderstand)
$P_i = P_0 - P_{VA}$ $= (U_A - R_A \cdot I_A) \cdot I_A$ $= U_I \cdot I_A$ $= M_i \cdot 2\pi \cdot n$	“innere” elektrische Leistung ist das Produkt Induzierte Spannung x Ankerstrom und gleichzeitig die “innere“ mechanische Leistung
$P = M_M \cdot 2\pi \cdot n$ $= \eta_{\text{mech}} \cdot M_i \cdot 2\pi \cdot n$	mechanische Leistung an der Welle
$P_N = M_N \cdot 2\pi \cdot n_N$	Nennleistung (Typenschild)

$$n = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} - M_i \cdot \frac{2\pi \cdot R_A}{(c \cdot \Phi)^2}$$

$$n = n_0 - \Delta n$$

3.5.2 Spannungssteuerung



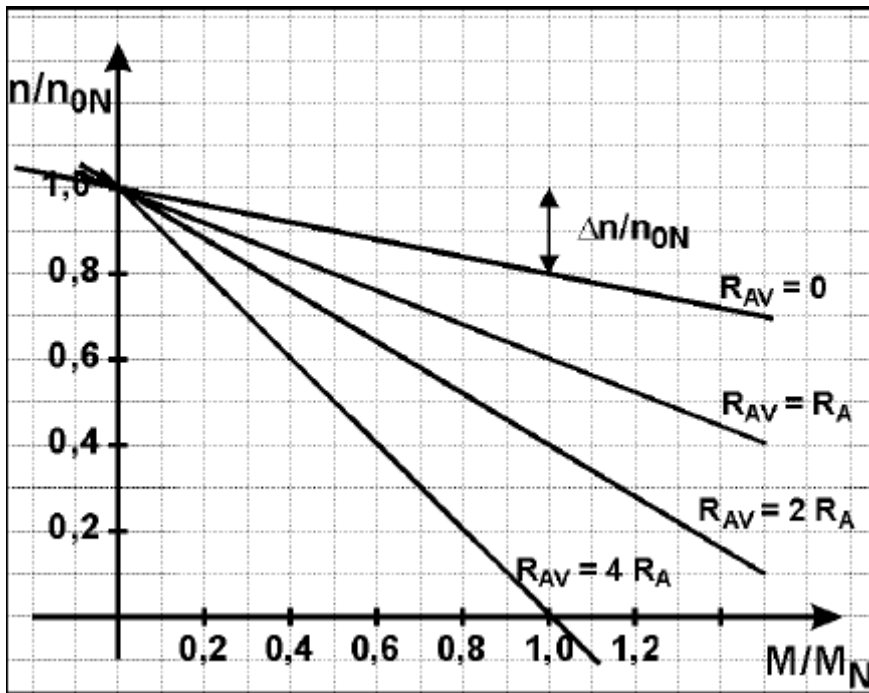
3.5.3 Widerstandssteuerung

$$R_{\text{ges}} = R_A + R_{AV} = R_A \cdot \left(1 + \frac{R_{AV}}{R_A}\right)$$

Drehzahlabfal

$$n = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} - M_i \cdot \frac{2\pi \cdot R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot \left(1 + \frac{R_{AV}}{R_A}\right)$$

$$M_{\text{min}2} := 2 \cdot M_N \cdot \frac{R_{A1}}{R_{A2}}$$

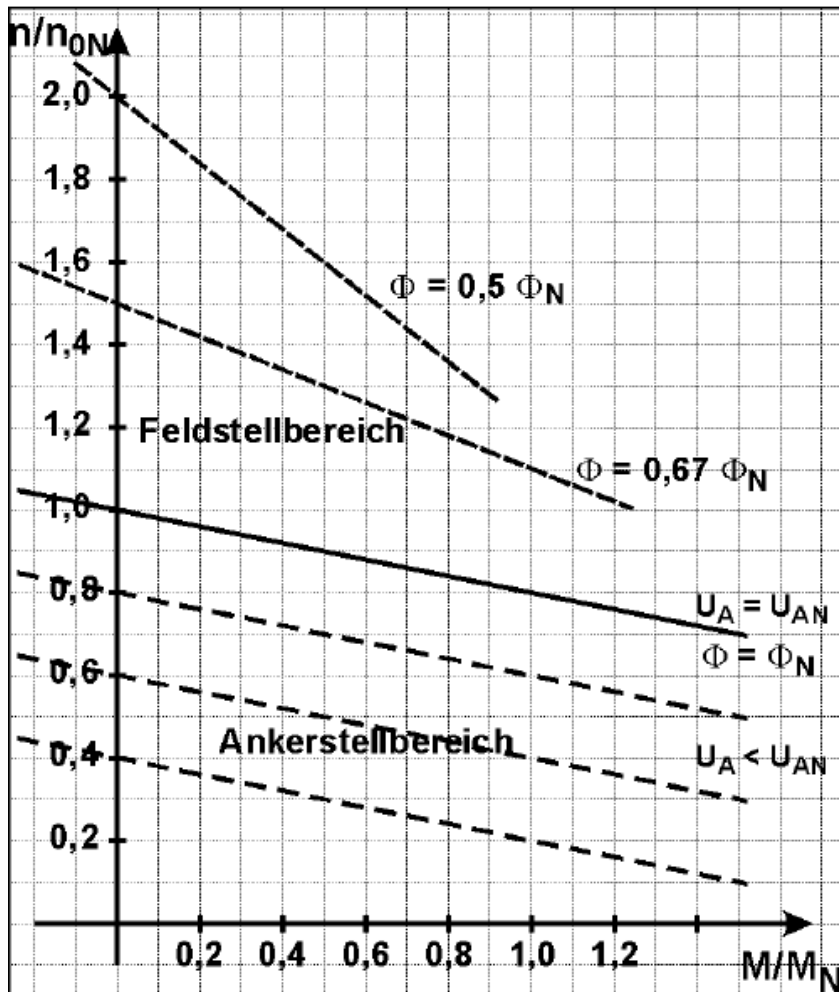


3.5.4 Feldsteuerung

$$n = \frac{U_{AN}}{c \cdot \Phi} - M_i \cdot \frac{2\pi \cdot R_A}{(c \cdot \Phi)^2}$$

$$= n_0 - \Delta n \quad \left| \quad I_A = \frac{2\pi \cdot M}{c \cdot \Phi} \sim \frac{1}{\Phi} \right.$$

$$U_A = U_{AN} = \text{const.} \quad \text{und} \quad \Phi_{\min} \leq \Phi \leq \Phi_N$$



$$n_0 = \frac{U_{AN}}{c \cdot \Phi} \sim \frac{1}{\Phi}$$

3.6 Reihenschlussmaschinen

$$\boxed{U_i = c \cdot \Phi \cdot n = c \cdot c_i \cdot I_A \cdot n} \quad \boxed{M = \frac{c}{2\pi} \cdot \Phi \cdot I_A = \frac{c \cdot c_i}{2\pi} \cdot I_A^2} \quad I_{\text{Anlauf}} := \frac{U_N}{R_A} \quad \boxed{n = \frac{U_A}{\sqrt{2\pi \cdot c \cdot c_i \cdot M}} - \frac{R_{\text{Agas}}}{c \cdot c_i}}$$

5.1.4.1 Raumzeigerdiagramm Drehstromsync.

$$\boxed{\underline{\Theta}_\mu = \underline{\Theta}_1 + \underline{\Theta}_E} \quad \boxed{\underline{\Phi}_\mu = \underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_E}$$

5.1.4.2

$$\boxed{\underline{U}_{i1} = j\omega \cdot \underline{\Psi}_\mu = j\omega \cdot (\underline{\Psi}_E + \underline{\Psi}_1) = \underline{U}_P + jX_h \cdot \underline{I}_1}$$

5.1.4.3 Ersatzschaltbild

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_P + jX_h \cdot \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1 + R_1 \cdot \underline{I}_1$$

$$\boxed{X_d = X_h + X_{1\sigma}}$$

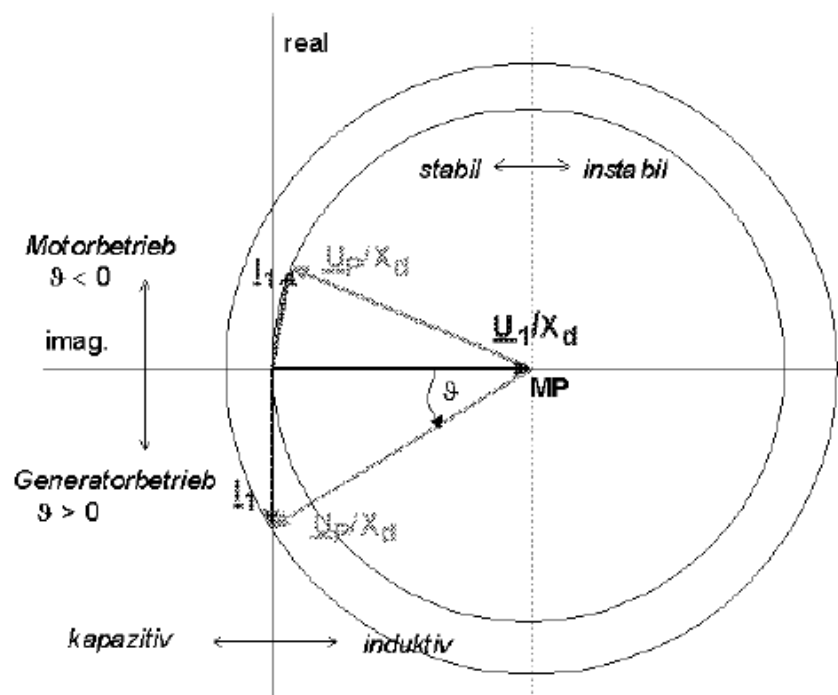
- \underline{U}_1 : Stator-Klemmenspannung
- \underline{I}_1 : Statorstrom
- X_h : Hauptreaktanz der Statorwicklung
- $X_{1\sigma}$: Streureaktanz
- R_1 : Strangwiderstand

5.2 Betrieb starres Netz

$$\boxed{\underline{U}_1 = jX_d \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_P} \quad \boxed{\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_P}{jX_d} = -j \cdot \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_P}{X_d}}$$

5.3.1 Stomortskurve

- (1) Wahl oder Vorgabe eines geeigneten Strommaßstabs
- (2) Einzeichnen des Kreismittelpunkts bei $-j \cdot \frac{U_1}{X_d}$ auf der negativen imaginären Achse
- (3) Einzeichnen des Ortskurvenkreises mit dem Radius U_P/X_d .



5.3.2 Leistung u. Drehmoment

$$I_{\overline{w}} = |\underline{I}_1| \cdot \cos \varphi_1 = -\frac{U_P}{X_d} \cdot \sin \vartheta \quad \left| \quad P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_{\overline{w}} = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot U_1 \cdot \frac{-U_P}{X_d} \cdot \sin \vartheta \right|$$

$$M = \frac{P_1}{2\pi \cdot n_1} = \frac{3 \cdot U_1 \cdot I_{\overline{w}}}{2\pi \cdot n_1} = \frac{3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1}{2\pi \cdot n_1} = -\frac{3 \cdot U_1 \cdot U_P \cdot \sin \vartheta}{2\pi \cdot n_1 \cdot X_d} = -M_K \cdot \sin \vartheta$$

Kippmoment

Leistungsmaßstab

Drehmomentmaßstab

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1 \cdot U_P}{2\pi \cdot n_1 \cdot X_d}$$

$$m_P = 3 \cdot U_1 \cdot m_I \quad \text{in [W/cm]}$$

$$m_M = \frac{m_P}{2\pi \cdot n_1} \quad \text{in [Nm/cm]}$$

6. Asynchronmaschine

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

n_1 : synchrone Drehzahl

n : Läuferdrehzahl = Motordrehzahl

f_1 : Netzfrequenz (= Statorfrequenz)

f_2 : Läuferfrequenz (= die Frequenz der induzierten Läuferspannung und der Läuferströme)

6.2 Ersatzschaltbild

$$2\pi \cdot f_2 \cdot L_h = s \cdot X_h \quad \left| \quad 2\pi \cdot f_2 \cdot L'_{2\sigma} = s \cdot X'_{2\sigma} \right|$$

$$0 = -\underline{I}'_2 \cdot \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma} \right) + U_{i1}$$

6.3.1 Leistungsbilanz

$$P_{zu} = P_{el} = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \quad P_{VFe} = 3 \cdot \frac{U_1^2}{R_{Fe}}$$

$$P_{VCu1} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1 \quad P_L = P_{zu} - P_{VFe} - P_{VCu1}$$

$$P_{VCu2} = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2'$$

$$P_{mech} = P_L - P_{VCu2}$$

$$P_L = 3 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot I_2'^2$$

$$P_{VCu2} = s \cdot P_L$$

$$P_{mech} = (1-s) \cdot P_L$$

6.3.2 Luftspaltleistung u. Drehmoment

$$M = \frac{P_{mech}}{2\pi \cdot n}$$

$$P_{mech} = (1-s) \cdot P_L \quad \text{und} \quad n = (1-s) \cdot n_1 \quad (n_1 : \text{synchrone Drehzahl})$$

$$M = \frac{P_L \cdot (1-s)}{2\pi \cdot n_1 \cdot (1-s)} = \frac{P_L}{2\pi \cdot n_1} = \frac{\left(3 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot I_2'^2 \right)}{2\pi \cdot n_1}$$

6.3.3

$$M = \frac{3 \cdot U_1^2}{2\pi \cdot n_1} \cdot \frac{\frac{R'_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_\sigma^2}$$

$$s_K = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{X_\sigma^2 + R_1^2}}$$

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1^2}{4\pi \cdot n_1} \cdot \frac{1}{R_1 + \sqrt{X_\sigma^2 + R_1^2}}$$

$$s_K \cong \frac{R'_2}{X_\sigma}$$

$$M_K \cong \frac{3 \cdot U_1^2}{4\pi \cdot n_1} \cdot \frac{1}{X_\sigma}$$

$$M \cong M_K \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

6.5.1 Konstruktion Stromortskurve

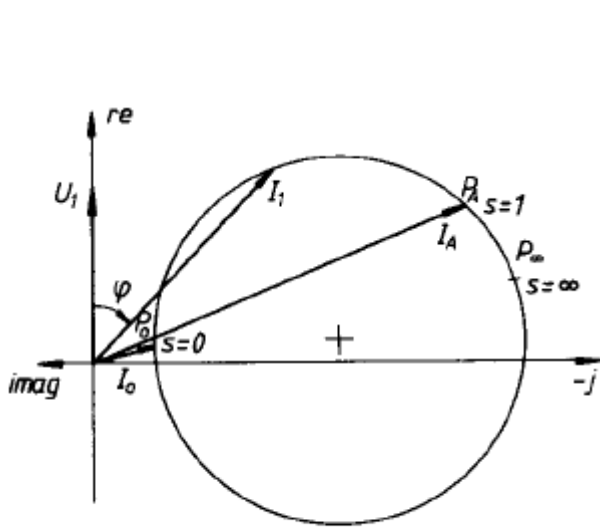


Bild 6-9 Stromortskurve der ASM

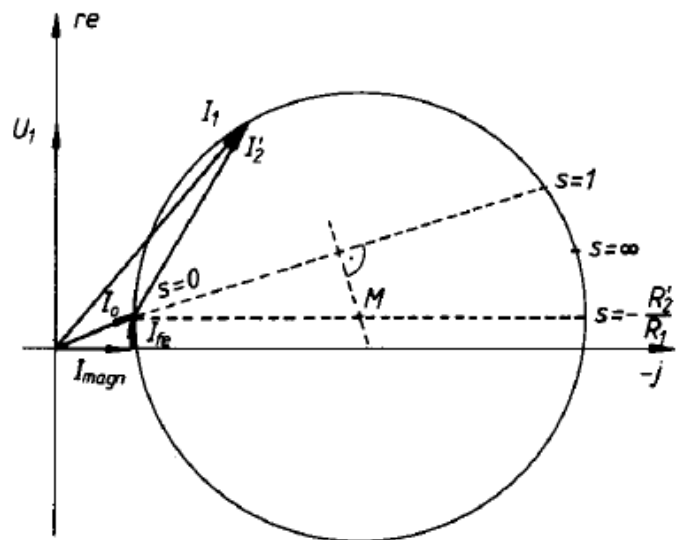


Bild 6-10 Konstruktion des Kreismittelpunkts

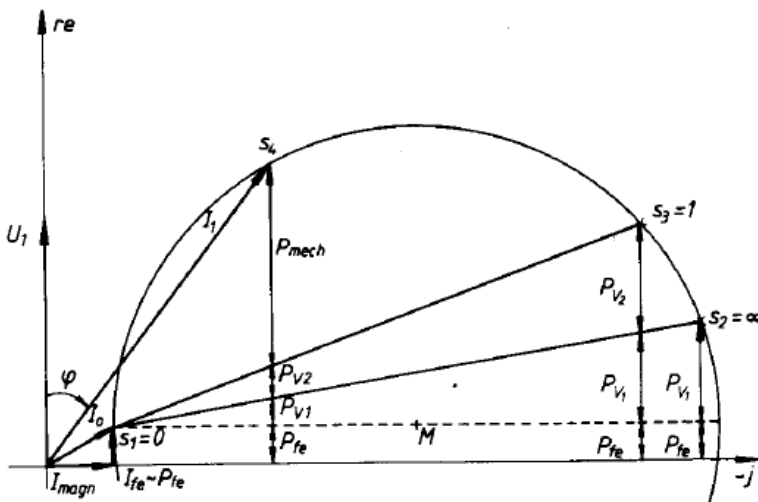


Bild 6-11 Aufteilung der Wirkleistung

6.6.5 Frequenzumformer

$$M_K \cong \frac{3 \cdot U_1^2}{4\pi \cdot n_1} \cdot \frac{1}{X_\sigma} = \frac{3 \cdot p \cdot U_1^2}{4\pi \cdot f_1} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f_1 \cdot L_\sigma} \sim \frac{U_1^2}{f_1^2}$$