

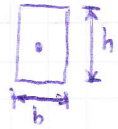
Grundlagen:

Spannungen: $\sigma_{z/d} = \frac{F_N}{A} \quad \left[\frac{N}{m^2} \right]$

Elastizitätsmodul: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$ mit $\varepsilon_{z/d} = \frac{\Delta l}{l_0}$

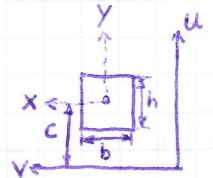
Flächenträgheitsmoment: $I_z = \int y^2 \cdot dA \quad [mm^4]$

speziell Rechteck: $I_{z_{\square}} = \frac{b \cdot h^3}{12}$



Satz von Stein: (parallelverschobene Achse)

↳ Flächenträgheitsmoment: $I_v = I_z + c^2 \cdot b \cdot h$



Physikalische Grundlagen:

Dichte: $\rho = \frac{dm}{dV} \quad \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ spezifische Volumen: $v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$

Kompressibilität: $\Delta p = -E_F \cdot \frac{\Delta V}{V_0} = E_F \cdot \frac{\Delta S}{S_0}$
(Fluid)

$E_F \hat{=}$ Elastizität von Fluid $E_{F_{H_2O}} = 2000 \frac{N}{mm^2}$

Allgemeine Gasgleichung: $p \cdot v = R \cdot T$ $R \hat{=}$ Gaskonstante
 $v \hat{=}$ spezif. Volumen

mit $R = \frac{8,314 \frac{kJ}{kmol \cdot K}}{\text{Molmasse} \frac{kg}{kmol}}$

Molmasse: $M = \frac{m}{n}$

Dichte von Luft: $\rho_f = \rho_{tr} \cdot \left(1 - 0,377 \cdot \gamma \cdot \underbrace{\frac{p_d}{p}}_{\text{Druckänderung}} \right)$
↑ ↑
feucht trocken

Fortpflanzungsgeschwindigkeit Verdichtungsstelle:

- inkompressible Fluide: $a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_F}{\rho}}$

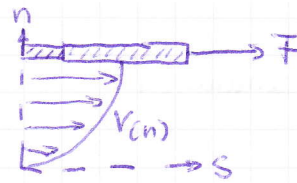
- Gase: $a = \sqrt{K \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{K \cdot R \cdot T}$

$K = \frac{c_p}{c_v}$

Newton'sche Reibung : $\tau = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dn}$

$\eta \cdot [\text{Pa} \cdot \text{s}] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right]$

$\uparrow$
dynamische Viskosität



Tangentialspannung : $\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dn}$

τ v

Kinematische Viskosität : $\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$

Erdbeschleunigung : $g(z) = \left(\frac{r_0}{r_0 + z} \right)^2 \cdot g_0$

$z=0$ auf Erdoberfläche
 $r_0 = 6370 \text{ km}$

Wärmekapazität : $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ spezifisch : $\Delta q = c \cdot \Delta T$

für Isobar : c_p

für Isochor : c_v

Ideale Gaskonstante : $R = c_p - c_v = (\kappa - 1) \cdot c_v = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot c_p$

1. Hauptsatz Thermodynamik : $dq = du + p \cdot dv = dh - v \cdot dp$

Wärmeenergie Innere-Energie Verschiebungs-energie

Innere Energie : $u = h - \frac{p}{\rho} = c_v \cdot T$

Enthalpie : $h = c_p \cdot T$

Karitation : Druckunterschied Blase : $\Delta p = \frac{\sigma \cdot 2}{r}$

Innerer Überdruck Blase : $\Delta p = \frac{\sigma \cdot 4}{r}$

$\sigma \hat{=}$ Oberflächen-
spannung

Kapillarelevation : $z_m = \frac{4 \cdot \sigma}{d \cdot \rho \cdot g}$

Wärmestromdichte : $q = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$

Temperaturleitzahl : $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$

Prandtl-Zahl : $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{c_p \cdot \eta}{\lambda}$

Kräfte

Druckkraft

$$F_p = p \cdot A \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^2} \right]$$

Gravitation

$$F_G = m \cdot g \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

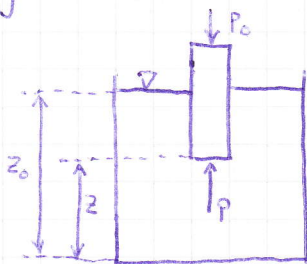
Zentrifugal

$$F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$\Sigma = \vec{F}_K$$

Fluid im Gleichgewicht : $F_K + F_p = 0$

Anwendungsbeispiel : Seite 18 (rotierende Flüssigkeit im Gefäß)

Hydrostatisches Grundgesetz : Gleichgewicht $\Rightarrow \Sigma F = 0$ 

$$F_p = F_{p_0} + F_{g(\Delta z)}$$

$$\Leftrightarrow F_p = F_{p_0} + \underbrace{\gamma \cdot (z_0 - z) \cdot A}_V \quad \text{mit } F_p = A \cdot p$$

$$\Leftrightarrow A \cdot p = A \cdot p_0 + \gamma \cdot (z_0 - z) \cdot A$$

Anwendungen Druckmeßgeräte : Seite 20

- U-Rohr : $\Delta p = p_2 - p_1 = \gamma \cdot (h_1 - h_2)$
- Manometer : $p = p_0 + \gamma_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h$
- Barometer : $p = p_0 + \gamma_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h$
- Hydraulische Presse : $F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1 - \gamma \cdot g \cdot h \cdot A_2$
- Hydraulischer Hebel : $p_1 = p_0 - \gamma \cdot g \cdot z_1$
 $p_2 = p_0 - \gamma \cdot g \cdot z_2$
- Schräghrohrmonometer : $p = p_0 + \gamma_{\text{fluid}} \cdot g \cdot \underbrace{\frac{s \cdot \sin \alpha}{h}}_h$
- Kaminzug : $\Delta p = p_{\text{innen}} - p_{\text{außen}} = g \cdot z \cdot (\gamma_a - \gamma_i)$

$$\text{mit } \gamma_{\text{außen}} = \frac{T_0}{T} \cdot \gamma_{\text{OL}}$$

$$\gamma_{\text{innen}} = \frac{T_0}{T_R} \cdot \gamma_{\text{OR}}$$

Flüssigkeitsdruck auf feste Böden und Wände

②

Druck auf Bodenfläche :

$$\text{Bodendruckkraft : } F_p = S \cdot g \cdot h \cdot A$$

- Bodendruckkraft kann größer als Eigengewichtskraft sein.
- Verschiedene Volumen der gleichen Flüssigkeit erzeugen gleiche Bodendruckkraft im selben Zustand.

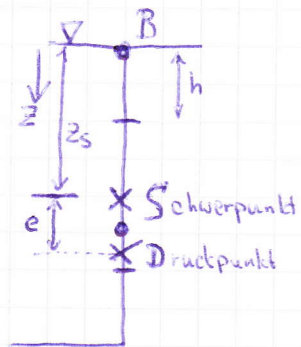
Druck auf Wände :

1) Ersatzseitendruckkraft im Schwerpunkt :

$$dF_p = S \cdot g \cdot z \cdot dA$$

↓

$$F_p = S \cdot g \cdot z_s \cdot A$$



2) Bestimmung des Druckpunktes mit Momentensatz :

$$\underbrace{\int z \cdot dF_p}_{\text{Integral aller Momente}} = \underbrace{z_D \cdot F_p}_{\text{Ersatzmoment im Druckpunkt}}$$

in 2) einsetzen : $I_x = \int z^2 \cdot dA$

$$z_D = \frac{I_x}{z_s \cdot A}$$

3) I_x unbekannt, I_s berechenbar $\Rightarrow$ Satz von Steiner

$$I_x = I_s + z_s^2 \cdot A \quad \text{mit } I_{s_D} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

4) Abstand e

$$e = z_D - z_s = \frac{I_s}{z_s \cdot A} = \underbrace{\frac{h^2}{12 \cdot z_s}}_{\text{für } I_{s_D}}$$

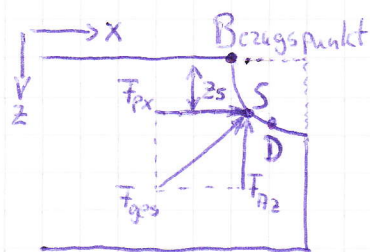
Druck auf gekrümmte Fläche :

Kräfteberechnung :

- Horizontalkraft : $F_{Px} = S \cdot g \cdot z_s \cdot A_x$

- Auftriebskraft : $F_{Az} = S \cdot g \cdot V_F$

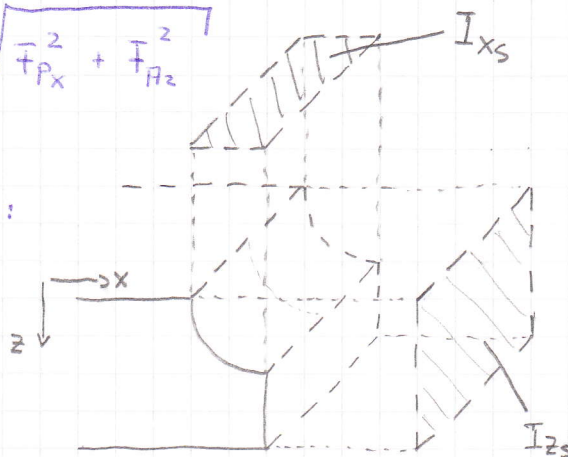
- Gesamtkraft : $F_{Ges} = \sqrt{F_{Px}^2 + F_{Az}^2}$



Kräfteverschiebung auf Druckpunkt :

$$z_D = \frac{I_{zs}}{z_s \cdot A_z} + z_s$$

$$x_D = \frac{I_{xs}}{x_s \cdot A_x} + x_s$$



Berechnung schwimmende Körper :

Eintauchtiefe : Ansatz : $F_G = F_A$

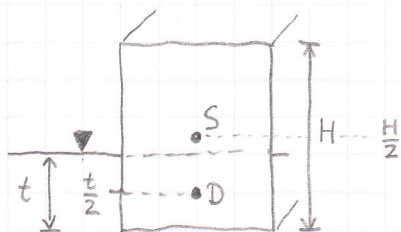
$$\Leftrightarrow V_K \cdot \rho_K \cdot g = V_F \cdot \rho_F \cdot g$$

$$\Rightarrow t = \frac{\rho_K}{\rho_F} \cdot H \quad H \hat{=} \text{Höhe Körper}$$

Stabilität : $h_m = \frac{I_o}{V_F} - e$

$h_m \hat{=}$ Metazentrische Höhe
 $I_o \hat{=}$ Flächenträgheitsmoment Wasserlinienriss

$e \hat{=}$ Abstand Körperschwerpunkt S und Verdrängungsschwerpunkt D



stabil wenn $h_m > 0$

Hydrostatik : Betrachtung nur isotherme Schichtung

$$p \cdot v = p \cdot \frac{1}{\rho}$$

$$\text{da } v = \frac{1}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{p_b}{\rho_b}$$

$b \hat{=}$ Bezugspunkt

$$z = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \cdot \ln\left(\frac{p_0}{p}\right)$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{-\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot z}$$

$$p_0 = 101325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\frac{-\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot z}$$

$$\rho_0 = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kennzahlen der Strömungsmechanik

Reynoldszahl : Bestimmt ob Strömung laminar oder turbulent

$$Re = \frac{w \cdot l}{\nu}$$

$w \hat{=}$ Geschwindigkeit

$l \hat{=}$ mittlere Länge

$\nu \hat{=}$ kinematische Viskosität

$$Re < Re_{\text{crit}} \hat{=} \text{laminar} \quad (Re < 2300)$$

$$Re > Re_{\text{crit}} \hat{=} \text{turbulent} \quad (Re > 3000)$$

Machzahl : gibt an, ob ein Gas inkompressibel ist.

$$Ma = \frac{w}{a}$$

$a \hat{=}$ Schallgeschw.

$$Ma \leq 0,3 \Rightarrow \text{Gas inkompressibel}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = 0,5 \cdot Ma^2$$

Fortpflanzungsgeschwindigkeit Verdichtungsstelle:

$$\text{— inkompressible Fluide : } a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_F}{\rho}}$$

$$\text{— Gase : } a = \sqrt{K \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{K \cdot R \cdot T} \quad K = \frac{c_p}{c_v}$$

Froude-Zahl :

⑤

$$Fr = \frac{W}{c_0}$$

$c_0 \hat{=}$ Fortpflanzungsgeschw. der Grundwelle

$$c_0 = \sqrt{g \cdot h_{gr}}$$

$h_{gr} \hat{=}$ Grenztiefe

$Fr > 1$ schießende Bewegung

$Fr < 1$ strömende "

$Fr = 1$ Wassersprung

Strouhal-Zahl : gibt an ob Strömung quasistationär oder instationär gilt.

$$Sr = \frac{L}{w \cdot t}$$

$L \hat{=}$ Länge

$$t = \frac{1}{f}$$

$Sr < 0,3 \Rightarrow$ stationär (ab $Sr=1$ wird es kritisch)

Euler-Zahl : Verhältnis von Druckkraft zu Trägheitskraft

$$Eu = \frac{p}{\rho \cdot w^2} = \frac{\text{statischer Druck}}{\text{dynamischer Druck}}$$

Weber-Zahl : Einfluss der Oberflächenspannung

$$We = \frac{\rho \cdot w^2 \cdot L}{\sigma}$$

Definition : $\sigma = \frac{F}{A}$

Newton-Zahl : berücksichtigt die Strömungswiderstände F_w

$$Ne = \frac{F_w}{\rho \cdot w^2 \cdot l^2}$$

Archimedes-Zahl : Therm. Auftriebskraft, Trägheitskraft

$$Ar = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta \cdot H}{w^2}$$

$H \hat{=}$ Raumhöhe

$\beta \hat{=}$ volumetrischer Ausdehnungskoeffizient

$\Delta \vartheta \hat{=}$ charakteristische Temperaturdifferenz

$\dot{q} \hat{=}$ Wärmestromdichte

$n \hat{=}$ Luftwechselzahl

$c_p \hat{=}$ spez. Wärmekapazität Luft

$$Ar = \frac{g \cdot \beta \cdot \dot{q}}{p \cdot c_p \cdot n^3 \cdot H^2}$$

Durchflusskennzahl / Lieferzahl

$$\varphi = \frac{\dot{V}}{A \cdot u}$$

$\dot{V} \hat{=}$ Volumenstrom
 $A \hat{=}$ Kreisfläche
 $u \hat{=}$ Umfangsgeschw.

Grundgesetze der Strömungsmechanik

Kontinuitätsgleichung

- stationäre Strömung (im betrachtendem Querschnitt)

$$\dot{m} = S_1 \cdot w_1 \cdot A_1 = S_2 \cdot w_2 \cdot A_2 = \text{const.} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

$w \hat{=}$ mittlere Geschw. auf Fläche A

- inkompressible Strömung

$$\dot{V} = w_1 \cdot A_1 = w_2 \cdot A_2 = \text{const.} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

- instationäre Strömung

$$\underbrace{\frac{\partial(S \cdot A)}{\partial t}}_{\text{lokale Änderung}} + \underbrace{\frac{\partial(S \cdot A \cdot w)}{\partial s}}_{\text{konvektive Änderung}} = 0$$

Dynamische Grundgleichung

$$S \cdot \vec{b} = S \cdot \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{F}_k + \vec{F}_p + \vec{F}_z + \vec{F}_T$$

$S \cdot \vec{b} \hat{=}$ Trägheitskraft

$\vec{F}_k \hat{=}$ Volumenkraft (Schwerkraft)

$\vec{F}_p \hat{=}$ Druckkraft

$\vec{F}_z \hat{=}$ Zähigkeitskraft

$\vec{F}_T \hat{=}$ Turbulenzkraft

$\vec{F}_z + \vec{F}_T = 0 \hat{=}$ Eulerische Bewegungsgleichung (Reibungslos)

$\vec{F}_T = 0 \hat{=}$ Navier-Stocksche

"

Eulerische Bewegungsgleichung:

$$\rho \cdot \vec{b} = \rho \cdot \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{f}_k + \vec{f}_p$$

Bernoulli-Gleichung: Energiezustand längs eines Stromfadens

$$\int \frac{\partial w}{\partial t} \cdot ds + \frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = \text{const.} \quad \left[\frac{\text{Nm}}{\text{kg}} \right]$$

für stationäre, inkompressible Strömung: $\int \frac{\partial w}{\partial t} ds = 0$

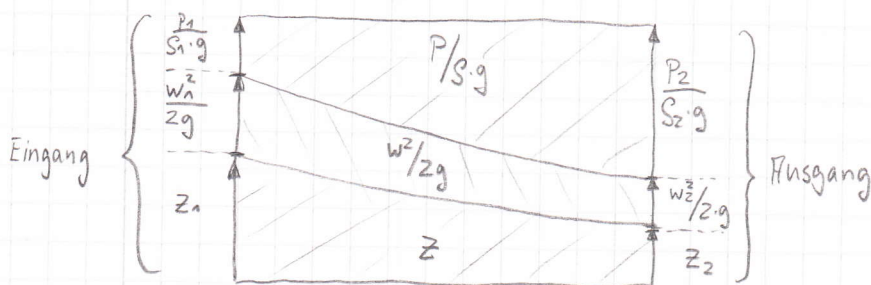
$$\Rightarrow \text{Bernoulli: } \frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = \text{const.} \quad \text{Energieform}$$

kin. Energie Druck-energie Potentielle-energie

$$\frac{\rho}{2} \cdot w^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = \text{const.} \quad \text{Druckform}$$

$$\frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\rho \cdot g} + z = \text{const.} \quad \text{Höhenform}$$

Achtung: Energieniveaus und keine Vektoren!

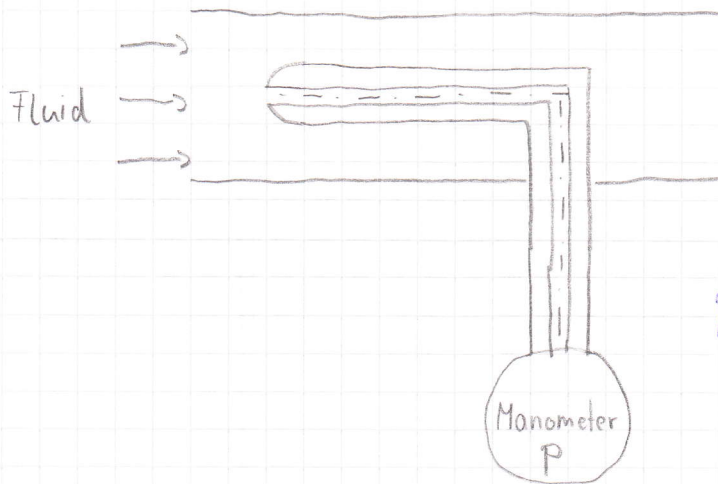


bei horizontalem Rohrverlauf:

$$p_{\text{ges}} = p_{\text{st}} + p_{\text{dyn.}} = p + \frac{\rho}{2} \cdot w^2 = \text{const.}$$

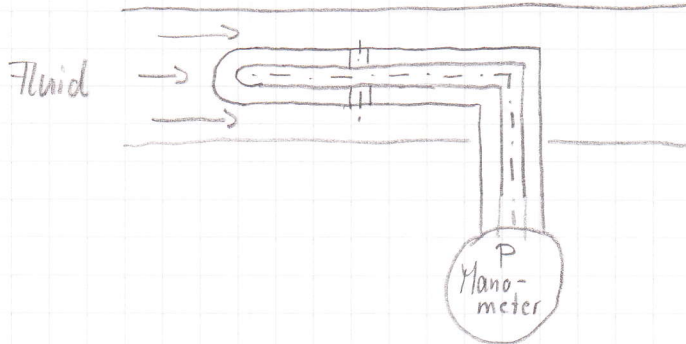
Drucksonden :

Pitotrohr : Messung von Gesamtdruck $p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn}$



$$p = p_{ges} = \frac{\rho}{2} \cdot w^2 + p_{stat}$$

Piezorohr : Messung von Statischen Druck p_{stat}



$$p = p_{stat}$$

$$\Rightarrow p_{dyn} = p_{ges} - p_{stat}$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{dyn}}{\rho}}$$

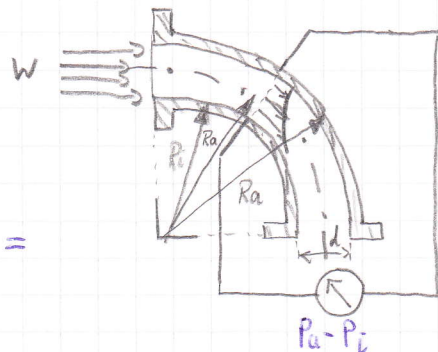
Prandtl-Rohr : Kombination von Pitotrohr und Piezorohr

Druckunterschied p_a, p_i bei Krümmern :

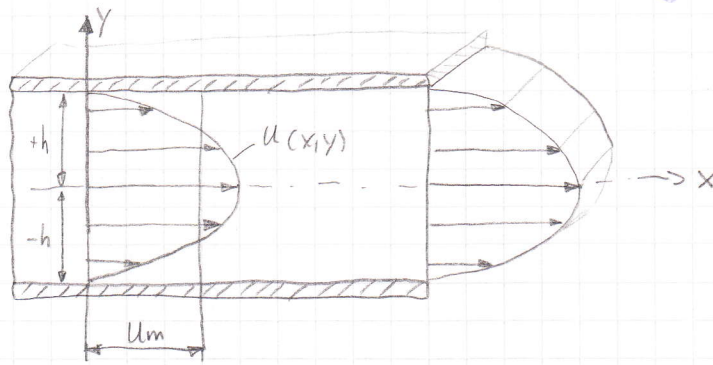
$$w_m = \frac{\dot{V}}{F}$$

Drehkonstante: $w \cdot R = w_m \cdot R_m$

$$\begin{aligned} \Delta p = p_a - p_i &= (w_m \cdot R_m)^2 \cdot S \cdot \int_{R_i}^{R_a} \frac{1}{r^3} dr = \\ &= (w_m \cdot R_m)^2 \cdot S \cdot \left[\frac{-1}{2r^2} \right]_{R_i}^{R_a} \end{aligned}$$



Zähigkeitsbehaftete laminare Strömung:



Navier - Stocksche Gl. : $\rho \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{K} + \vec{P} + \vec{Z}$ mit $\vec{Z} = \eta \cdot \Delta \vec{w}$

allgemein: $u(y) = -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot (h^2 - y^2) \cdot \frac{dp}{dx}$

$u_{max} = -\frac{h^2}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{dp}{dx}$

$u_{mittel} = \frac{3}{2} \cdot u_{max}$

Druckabnahme in x-Richtung wird durch die Reibung der Teilchen untereinander verursacht, daher

$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \eta \cdot \frac{d^2 u}{dy^2} \rightarrow 2te \text{ Ableitung der Geschwindigkeit nach } y$

Turbulente Strömung:

$\rho \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{F}_K + \vec{F}_P + \vec{F}_Z + \vec{F}_T$

mit $\vec{F}_T = -\rho \cdot \vec{w}' \cdot \text{grad } \vec{w}'$

Turbulenzgrad: $Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \cdot (\vec{u}'^2 + \vec{v}'^2 + \vec{w}'^2)}}{u^\infty}$

$u^\infty \hat{=}$ ungestörte Geschw. in Strömungsrichtung

$u', v', w' \hat{=}$ mittleren Schwankungsgeschwindigkeiten



$\eta' = \eta \cdot \frac{dw}{dn}, \quad \eta = (\eta + \eta') \cdot \frac{dw}{dn}$

Normalen-Richtung ($\perp$ auf Bewegungsr.)

Impulssatz:

$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{w})}{dt} = \vec{F}_R = \int S \cdot \vec{w} \cdot d\vec{V} = \vec{F}_K + \vec{F}_p + \vec{F}_s + \vec{F}_z$$

Eintretender Impulsstrom: negativ

Austrittender Impulsstrom: positiv

mit $\vec{F}_K \hat{=}$ Volumenkraft

$\vec{F}_z \hat{=}$ Zentrifugalkraft ($\vec{F}_z = m \cdot r \cdot \omega$)

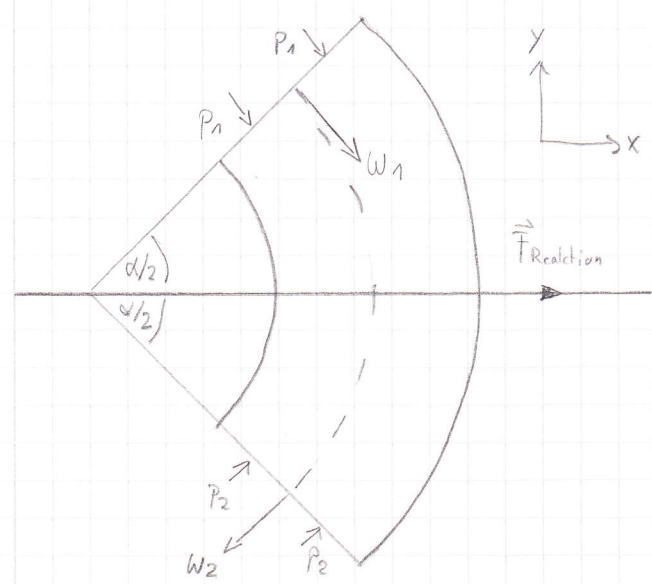
Druckkraft $\vec{F}_p \hat{=}$ Kraft auf freien Teil der Kontrollfläche $= p \cdot A$

Stützkraft $\vec{F}_s \hat{=}$ Kraft auf festen Teil der Kontrollfläche

Es gilt auch $I_{\text{eintritt}} + I_{\text{austritt}} = \vec{F}_R$
 $(-\dot{m} \cdot \vec{w}_{\text{ein}}) + (\dot{m} \cdot \vec{w}_{\text{aus}}) = \vec{F}_R$

Zusatz: $\dot{m} = S \cdot w \cdot A$

$\dot{m} \cdot w = S \cdot w^2 \cdot A = S \cdot w \cdot \dot{V}$



$\int S \cdot w \cdot d\vec{V} = \sum \vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_s$

$\int S \cdot w \cdot d\vec{V} = -\vec{I}_{\text{ein}} + \vec{I}_{\text{aus}} = -\vec{I}_1 + \vec{I}_2$

$\vec{F}_p + \vec{F}_s = -\vec{I}_1 + \vec{I}_2$
 $\vec{F}_s = -\vec{F}_p - \vec{I}_1 + \vec{I}_2$

mit $\vec{F}_s = -\vec{F}_{\text{Reak}} \Rightarrow \vec{F}_{\text{Reak}} = \vec{F}_p + \vec{I}_1 - \vec{I}_2$

Energiesatz:

(11)

wird angewendet, sobald thermische Energien auftreten.

mechanische Energiegleichung:

$$\underbrace{S \cdot \int \frac{\partial w}{\partial t} \cdot ds}_{\text{stationär}} + \underbrace{\frac{S}{2} \cdot w^2}_{\text{dynamisch}} + \underbrace{S \cdot g \cdot z}_{\text{Lagedruck}} + \underbrace{p}_{\text{Systemdruck}} = \text{const.}$$

$\Rightarrow$ Druckgleichung!

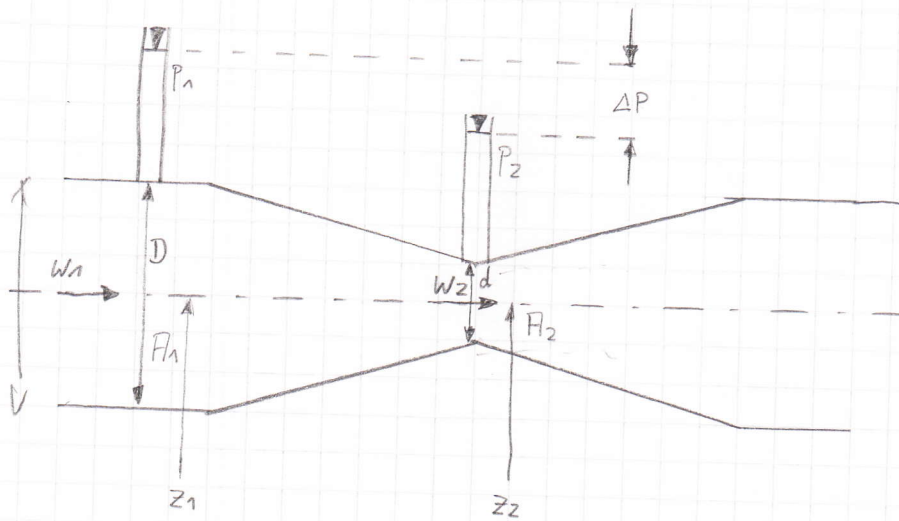
$$\frac{Q_{12}}{\dot{m}} = q_{12} = (u_2 - u_1) + \left(\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$$

$$\text{mit } h = u + p \cdot v, \quad h = c_p \cdot T, \quad u = c_v \cdot T$$

$$\Rightarrow q_{12} = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1)$$

Venturi-Rohr

12



Bernoulli: $\frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2 + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$

mit $z_1 = z_2 \Rightarrow \Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2)$

Kontinuität: $\dot{V} = \text{const} = w_1 \cdot A_1 = w_2 \cdot A_2$

$\Rightarrow w_1 = w_2 \cdot \frac{A_2}{A_1}$

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]}}$$

Durchflussmenge Q:

$$Q = \dot{V} = w_2 \cdot A_2 = \frac{A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

Für 2 unterschiedliche Medien: (Wasser und Quecksilber)

$\Rightarrow \text{Wirkdruckhöhe} = H = \frac{\Delta p}{\rho_{\text{Hg}}} = h \left(\frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{Wasser}}} - 1 \right)$

$h = \text{Ausschlag Manometer}$

Speziell Venturi: Durchflusszahl $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 + \beta}}$

$m = \frac{A_2}{A_1}$